



A detailed technical drawing of a screw conveyor system, showing a long, helical screw inside a rectangular housing. The drawing is rendered in a classic, engraved style with fine lines and cross-hatching for shading.

# Hidráulica Básica

Historia, conceptos previos y ecuaciones

*Edmundo Pedroza González*





# HIDRÁULICA BÁSICA

Historia, conceptos previos y  
ecuaciones

*Edmundo Pedroza González*

532 Pedroza González, Edmundo.  
P54 Hidráulica básica: historia, conceptos previos y ecuaciones / Edmundo  
Pedroza González. -- Jiutepec, Mor. : Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 2018.  
95 p.

ISBN 978-607-8629-11-4 (Obra digital)

1. Hidráulica

Cuidado de la edición:  
Gema Alín Martínez Ocampo  
Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

Diseño editorial:  
Gema Alín Martínez Ocampo

Portada:  
Gema Alín Martínez Ocampo

Primera edición: 2018

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua  
Paseo Cuauhnáhuac 8532  
62550 Progreso, Jiutepec, Morelos  
México  
[www.imta.gob.mx](http://www.imta.gob.mx)

ISBN 978-607-8629-11-4 (Obra digital)

Fotografías de entrada de capítulo e interiores a excepción de los que se indican:  
<https://pixabay.com/es/>

Las opiniones, datos y citas presentados en esta obra son responsabilidad exclusiva del autor y no refleja, necesariamente, los puntos de vista de la institución que edita esta publicación.

Prohibida su reproducción parcial o total, por cualquier medio, mecánico, electrónico, de fotocopias, térmico u otros, sin permiso de los editores.

Hecho en México

# Índice

<b>1. Presentación</b>	<b>5</b>
1.1. La historia de la hidráulica como apoyo didáctico.	5
1.2. La estructura cognitiva de las ecuaciones y la exploración de los conceptos previos.	7
1.3. Simplificar la deducción de las ecuaciones para una mejor comprensión.	8
<b>2. Historia de las ecuaciones de la hidráulica básica.</b>	<b>11</b>
2.1. Historia de la hidrostática y su ecuación fundamental.	11
2.1.1. Arquímedes y la corona de Hierón.	11
2.1.2. Herón de Alejandría y el agua que no pesaba	14
2.1.3. Leonardo Da Vinci y su influencia en la hidrostática.	15
2.1.4. Stevin, la paradoja hidrostática y el lenguaje flamenco.	17
2.1.5. Galileo y sus amigos que trabajaron en la hidrostática.	18
2.1.6. Historia de la ecuación fundamental de la hidrostática	22
2.2. Historia de la ecuación del gasto	26
2.2.1. Leonardo Da Vinci y su inconformidad al respecto de la medición.	27
2.2.2. Giovanni Fontana y la medición de agua en el río Tíber	28
2.2.3. Benedetto Castelli y la correcta proposición de la ecuación de gasto	29
2.3. Historia de la ecuación de la energía	31
2.3.1. Galileo Galilei, la caída de los graves.	31
2.3.2. Aparece Torricelli	32
2.3.3. La catarata de Newton.	33
2.3.4. Daniel y Johann Bernoulli y la aparición de la ecuación de la energía.	37
2.3.5. Desavenencias entre padre e hijo.	41
2.4. Historia del concepto y la ecuación de cantidad de movimiento.	43
2.4.1. Los griegos.	43
2.4.2. Aristóteles e Hiparco de Rodas.	44
2.4.3. Edad Media.	44
2.4.4. Rene Descartes (1596-1650).	46
2.4.5. Isaac Newton (1642-1727).	46
<b>3. Las estructuras cognitivas de las ecuaciones principales de la hidráulica</b>	<b>49</b>
3.1. La estructura cognitiva de la ecuación fundamental de la hidrostática	49
3.2. La estructura cognitiva de las ecuaciones de continuidad y gasto	62
3.3. Estructura cognitiva de la ecuación de la energía.	67
3.4. La estructura cognitiva de la ecuación de cantidad de movimiento	72
<b>4. Deducciones simplificadas de las ecuaciones hidráulica básica</b>	<b>79</b>
4.1. Deducción de la ecuación fundamental de la hidrostática	79
4.2. Deducción de la ecuación de gasto (o caudal)	81
4.2.1. Deducción de la ecuación de continuidad	82
4.3. Deducción de la ecuación de la energía (de Bernoulli)	83
4.3.1. Energía de posición	84
4.3.2. Energía cinética o de velocidad	85
4.3.3. Energía de presión	86
4.4. Deducción de la ecuación de cantidad de movimiento	88
<b>Referencias</b>	<b>91</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>93</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>95</b>



# HIDRÁULICA BÁSICA

HISTORIA, CONCEPTOS PREVIOS Y ECUACIONES

# Presentación

En este libro se propone una nueva didáctica de la hidráulica. Se pretende contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje a través de innovaciones en los contenidos de la materia.

Para tal propósito, se usan tres estrategias: (a) historia de la hidráulica; (b) la estructura cognitiva de las ecuaciones (c) deducción simplificada de las ecuaciones.

Se advierte que el uso de tales estrategias se aplica únicamente a lo que puede llamarse "hidráulica básica", misma que se ha considerado como la parte de la hidráulica donde se abordan los temas relacionados con las ecuaciones principales, a saber: ecuación fundamental de la hidrostática, ecuación de continuidad y gasto, ecuación de la energía y ecuación de la cantidad de movimiento. Por lo tanto, este libro se refiere únicamente a la deducción de las ecuaciones principales y a los conceptos físicos o hidráulicos relacionados con dichas ecuaciones. Es decir, no se tratan los temas de hidráulica de canales ni de conductos a presión.

## 1.1. La historia de la hidráulica como apoyo didáctico.

El uso de la historia como estrategia didáctica, no es una idea original, dado que ya se ha propuesto por Rodríguez y González (2004) quienes dicen que "... un alto porcentaje de maestros de física, no conoce el desarrollo histórico de la disciplina que orientan..." Por lo tanto, consideran que el uso de la historia "...podría ser de gran utilidad en el trabajo didáctico de los docentes".

Por otro lado, Solbes, J. y Traver, M. (2001) comprobaron que es posible aumentar el interés de los alumnos hacia el estudio de la física y la química “mediante un tratamiento mínimamente detenido de algunos aspectos históricos introducidos en el proceso de adquisición de los diferentes conceptos y teorías científicas, ya que así se puede mostrar una imagen de la ciencia más correcta y próxima a la realidad del trabajo de los científicos y al contexto en que éste se desarrolla y se ha desarrollado a lo largo de la historia”.

Otros autores también mencionan la idoneidad del uso de la historia con fines didácticos, Barros y Romero (2010) trabajaron un ejercicio argumentativo con la historia de la hidráulica como tema de discusión. Se cita textualmente su opinión:

Con el objetivo de construir otra manera alternativa de abordar el proceso de enseñanza-aprendizaje en las clases de hidráulica, se ha propuesto la conformación de un semillero de estudiantes de ingeniería civil en la Escuela de Ingeniería de Antioquia (Envigado, Colombia). El semillero se ha conformado con 7 estudiantes de segundo año y ha trabajado en una sesión semanal de hora y media durante el primer semestre de 2010. Se han analizado algunas situaciones paradójicas de la hidráulica que han sido polémicas entre los científicos en determinados momentos de la historia (p.e. Aristóteles, Arquímedes, Herón, Stevin, Galileo) relacionadas con la estática de los fluidos.

Por otro lado, Rodríguez y Gonzalez (2004) también afirman que:

La aproximación histórica parece tener un contenido muy interesante para el estudiante, porque le muestra la posibilidad de una discusión crítica sobre el papel y el poder de la ciencia, relacionándola además, con otras actividades humanas. Además, el conocimiento de la historia de su disciplina es esencial para el profesor, puesto que lo provee de elementos para detectar los posibles obstáculos que enfrentan los estudiantes en el proceso de aprendizaje, es más, sirve al docente para generar preguntas conflictivas.

Nosotros compartimos la hipótesis de que, detrás de todos estos argumentos que justifican el uso de la historia de las ciencias en la enseñanza y en la for-

mación de profesores de ciencias, existe un argumento más simple, más fácilmente observado en la vida diaria y menos pretencioso, que es fundamental: usar la historia del conocimiento científico es, por encima de todo, tratar de transformar el frío, disertativo e impersonal lenguaje científico (cuando éste es presentado como producto terminado) en un narrativo, descriptivo y secuencial lenguaje, capaz de interrelacionar lo que había sido oscuro y por ende, mucho más cercano a las habilidades cognitivas de los estudiantes.

## 1.2. La estructura cognitiva de las ecuaciones y la exploración de los conceptos previos.

Es frecuente el comentario de los profesores de hidráulica respecto a la baja preparación previa que tienen los alumnos. Ello se refiere a que los conceptos previos, necesarios para el aprendizaje de los nuevos conocimientos de la hidráulica, no están presentes en los alumnos o no están disponibles con la claridad necesaria.

Ante tal circunstancia se presenta una propuesta original en la que se construyen las estructuras cognitivas de las ecuaciones de la hidráulica básica. Se trata de preguntarse qué conocimientos previos se requiere para comprender alguna de las ecuaciones. Por ejemplo, para comprender mejor la ecuación fundamental de la hidrostática se requiere comprender el concepto de presión y para comprender el concepto de presión se requiere el conocimiento de la fuerza y el área. Es decir, el concepto de presión es previo a la ecuación, y los conceptos de fuerza y área son conceptos previos al concepto de presión. De la misma manera se exploran otros conceptos previos involucrados en el tema construyéndose así la estructura cognitiva de la ecuación.

Una vez que se han identificado todos los conceptos previos, se realiza un recordatorio de cada uno de ellos. Y lo mismo se hace con todas las ecuaciones. Esto se entenderá claramente en el capítulo correspondiente.

## 1.3. Simplificar la deducción de las ecuaciones para una mejor comprensión.

En los textos comunes de la hidráulica se ha encontrado una inconveniencia didáctica en la deducción de las ecuaciones. La intención que se infiere de la presentación de las deducciones, es la de mantener un buen nivel en el rigor matemático y físico, pero la intención didáctica es baja o nula; y la mayoría de los libros que se usan en México tienen ese mismo inconveniente en mayor o menor medida. Esto se debe a que los autores toman contenidos de artículos que tienen una intención diferente a la de enseñar: se presentan en foros donde se tienen especialistas sobre el tema al que se refiere el artículo y precisamente lo que importa es el rigor técnico, sin ninguna consideración hacia la enseñanza. Tales contenidos son transferidos a los libros con el planteamiento y estructura con las que encuentran en los artículos, sin ningún tratamiento didáctico.

Un ejemplo muy claro de lo mencionado, es la deducción de las ecuaciones de Euler, donde una de ellas se utiliza para plantear la ecuación fundamental de la hidrostática. La deducción que se incluye en Nekrazov (1966) es parecida a la deducción que presenta el mismo Euler en un documento dirigido a la Academia de Berlín (Liñán, 2009) con la clara intención de su aceptación por parte de los sabios de la academia para su publicación en las memorias de la misma. Es muy razonable concluir que Euler no pensó en redactar ni presentar su material con intenciones didácticas; él no pretendía que sus deducciones fuesen entendidas por personas de recién ingreso a la licenciatura; su intención era convencer a los sabios. La preparación de los sabios era muy superior, jamás comparable con la preparación de los alumnos de recién ingreso. El material que se presente a los alumnos debe ser diferente a la que presentó Euler. El error no es de Euler; el error es de la persona que incluye el material sin darle algún tratamiento didáctico.

Es así que en este libro se presentan sendas deducciones simplificadas de las ecuaciones que se parecen muy poco a las largas y complejas deducciones de las ecua-

ciones que se presentan en los libros de texto de la materia. Sin embargo, dicha simplificación tiene el mismo rigor físico y matemático de las deducciones originales.

Se hace la advertencia que las ecuaciones así obtenidas se presentan al estudiante que será ingeniero y las aplicará en la hidráulica de canales y conductos a presión. Tal vez el estudiante que decida encaminarse por la hidráulica avanzada o la investigación sí deba conocer cada detalle de las deducciones largas.



# HIDRÁULICA BÁSICA

HISTORIA, CONCEPTOS PREVIOS Y ECUACIONES

# Historia de las ecuaciones de la hidráulica básica.

La historia de la hidráulica y particularmente la historia de sus ecuaciones básicas, son una herramienta más para el desarrollo de una nueva didáctica de la hidráulica. El alumno tendrá un nuevo enfoque, adicional al razonamiento meramente técnico, si conoce las anécdotas, los errores de los investigadores y los eventos relevantes, de manera que perciba la hidráulica con menos aridez y tenga una actitud más dispuesta para comprender los conceptos técnicos.

El material aquí presentado se obtuvo del libro del Dr Levi "El agua según la ciencia", excepto en donde se indique otra referencia. Simplemente se ordenó cronológicamente y se agrupó por temas relacionados con cada ecuación.

## 2.1. Historia de la hidrostática y su ecuación fundamental.

### 2.1.1. Arquímedes y la corona de Hierón.

Levi (1986) afirma que se debe comenzar la historia de la hidrostática con Arquímedes, creador de esta disciplina:

¿Por qué ciertos cuerpos flotan y otros se hunden? Para contestar a esta pregunta, Arquímedes creó la hidrostática. Se trata de un invento exclusivamente suyo, que salió de su cerebro hecho y derecho, como Palas Atenea de la cabeza de Zeus, y que está expuesto en el pequeño tratado *De los cuerpos flotantes*, con-

junto de dos libros en los que la materia se presenta con lógica impecable, como si fuese geometría.

Dándose cuenta de que la característica física fundamental de los fluidos, por lo que a su estática se refiere, es la presión, empieza el primer libro postulando, o sea admitiendo sin demostrar, dos propiedades de ella: siempre que el fluido sea continuo y uniforme, a) si hay diferencia de presiones entre dos partes contiguas, la de mayor presión empuja hacia delante a la de menor y b) cada una de las partes está sujeta a la presión del fluido que está encima (en dirección vertical). Luego establece como base de toda su teoría una proposición genial: que la superficie libre de todo fluido en reposo es una esfera cuyo centro es el centro de la tierra.

Una de las anécdotas más conocidas sobre Arquímedes cuenta cómo inventó un método para determinar el volumen de un objeto con una forma irregular. De acuerdo con Vitruvio, Hierón II ordenó la fabricación de una nueva corona con forma de corona triunfal, y le pidió a Arquímedes determinar si la corona estaba hecha sólo de oro o si, por el contrario, un orfebre deshonesto le había agregado plata en su realización. Arquímedes tenía que resolver el problema sin dañar la corona, así que no podía fundirla y convertirla en un cuerpo regular para calcular su masa y volumen, y a partir de ahí, su densidad. Mientras tomaba un baño, notó que el nivel de agua subía en la bañera cuando entraba, y así se dio cuenta de que ese efecto podría ser usado para determinar el volumen de la corona. Debido a que el agua no se puede comprimir, la corona, al ser sumergida, desplazaría una cantidad de agua igual a su propio volumen. Al dividir el peso de la corona por el volumen de agua desplazada se podría obtener la densidad de la corona. La densidad de la corona sería menor que la densidad del oro si otros metales menos densos le hubieran sido añadidos. Cuando Arquímedes, durante el baño, se dio cuenta del descubrimiento, se dice que salió corriendo desnudo por las calles, y que estaba tan emocionado por su hallazgo que olvidó vestirse. Según el relato, en la calle gritaba "¡Eureka!" (que en griego antiguo significa "¡Lo he encontrado!")

Sin embargo, la historia de la corona dorada no aparece en los trabajos conocidos de Arquímedes. Además, se ha dudado que el método que describe la historia fuera

factible, debido a que habría requerido un nivel de exactitud extremo para medir el volumen de agua desplazada.

En lugar de esto, Arquímedes podría haber buscado una solución en la que aplicaba el principio de la hidrostática conocido como el principio de Arquímedes, descrito en su tratado *Sobre los cuerpos flotantes*. Este principio plantea que todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje de abajo hacia arriba igual al peso del fluido desalojado. Usando este principio, habría sido posible comparar la densidad de la corona dorada con la de oro puro al usar una balanza. Situando en un lado de la balanza la corona objeto de la investigación y en el otro una muestra de oro puro del mismo peso, se procedería a sumergir la balanza en el agua; si la corona tuviese menos densidad que el oro, desplazaría más agua debido a su mayor volumen y experimentaría un mayor empuje que la muestra de oro. Esta diferencia de flotabilidad inclinaría la balanza como corresponde. Galileo creía que este método era "probablemente el mismo que usó Arquímedes, debido a que, además de ser muy exacto, se basa en demostraciones descubiertas por el propio Arquímedes." Alrededor del año 1586, Galileo Galilei inventó una balanza hidrostática para pesar metales en aire y agua que aparentemente estaría inspirada en la obra de Arquímedes.

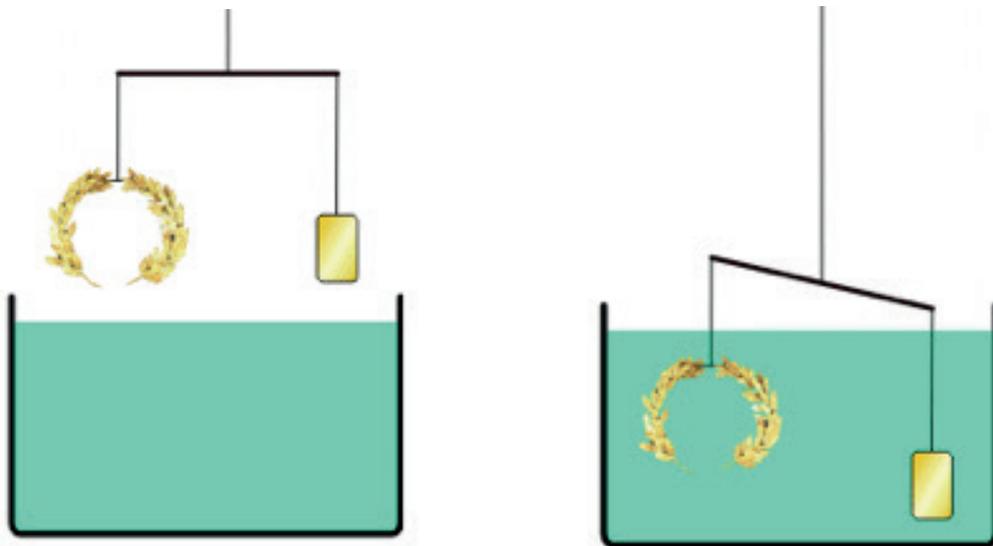


Figura 2.1. Probable estrategia de Arquímedes para delatar al joyero ladrón  
Tomada de <http://descubrelasciencias.blogspot.mx/2009/04/anecdota-de-arquimedes.html>

Lo que no se indica con claridad es si Arquímedes ya había establecido su famoso principio antes de la leyenda de la Corona. Pero se puede decir que la hidrostática nace con Arquímedes, quien vivió entre el año 287 a. C, hasta el 212 de la misma era.

## 2.1.2. Herón de Alejandría y el agua que no pesaba

La historia de la hidrostática debe pasar también por Herón de Alejandría, Levi también lo narra magistralmente:

Casi un siglo después de Arquímedes, vivía en Alejandría un ingeniero llamado Herón, cuyo gran interés en la mecánica de los fluidos lo llevó a recopilar en un tratado, la Neumática, varios dispositivos que utilizan la energía del agua o del vapor.

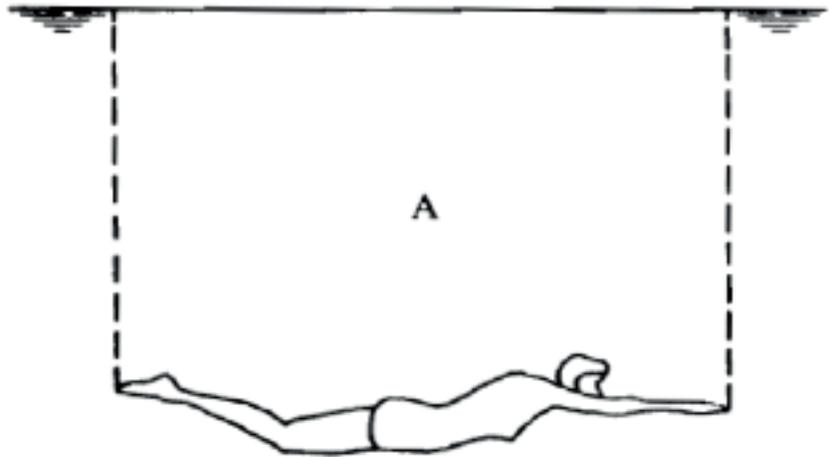


Figura 2.2. Presión sobre un buceador inmerso en el agua.

En la introducción, donde menciona los principios utilizados en sus mecanismos, Herón se refiere a la presión hidrostática. ¿Existe o no tal presión? ¿Por qué será, se pregunta, que los nadadores que bucean muy hondo, soportando en sus es-

paldas un peso enorme de agua, no resultan aplastados? Hay quien afirma que se debe a que el agua es de peso uniforme; pero esto no explica nada, dice Herón; he aquí la verdadera causa: Supongamos que la columna líquida que se halla directamente encima del objeto sumergido se transforma en un cuerpo sólido (A en la Figura 2.2) de la misma densidad del agua, que alcanza la superficie libre por el lado superior, y por el inferior está en contacto inmediato con el objeto mismo. Este cuerpo equivalente ni sobresale del líquido en que está, ni se hunde en él, según lo demostrado por Arquímedes; por tanto, no teniendo ninguna tendencia hacia abajo, no ejercerá ninguna presión sobre el objeto adyacente. Este razonamiento llevaría a concluir que no hay presión hidrostática en el seno de un fluido; pero si el objeto sobre el cual éste se apoya es el fondo o la pared de un depósito, dicha presión si se nota.

### 2.1.3. Leonardo Da Vinci y su *no* influencia en la hidrostática.

Leonardo Da Vinci trabaja sobre la presión en el agua; no es del todo acertado, pero algunas observaciones son verdaderas joyas de innovación y creatividad. Como ejemplo de un yerro, Leonardo decía que el agua no pesaba sobre su fondo, y lo demostraba, según él, al observar que las hierbas delgadas sobre el fondo ondean sin presentar ningún efecto de presión sobre ellas, o también mencionando el lodo fino que casi comparte la ligereza del agua. Ahora se sabe que no es así. Y como genialidad se tiene un ejemplo que se puede encontrar en el código Madrid. Leonardo diseñó un dispositivo para determinar, por hidrostática, el peso específico del plomo y con base en dicho dispositivo, sugiere el diseño de una novedosa balanza.

Para la historia de la hidrostática, esta propuesta de Leonardo se adelanta más de 150 años a Pascal en el descubrimiento de la multiplicación de las fuerzas por medio de la prensa hidráulica. En otro código llamado Hammer, Leonardo propone que un surtidor de agua elevará más el chorro si al recipiente que lo contiene se le aplica una fuerza, por ejemplo de 1000 libras, que un chorro al que se le

aplique la misma fuerza pero ahora contenido en un recipiente más ancho. (Figura 2.3). Solamente faltó que uniera los recipientes con un vaso comunicante y habría descubierto la prensa hidráulica 150 años antes que Pascal.

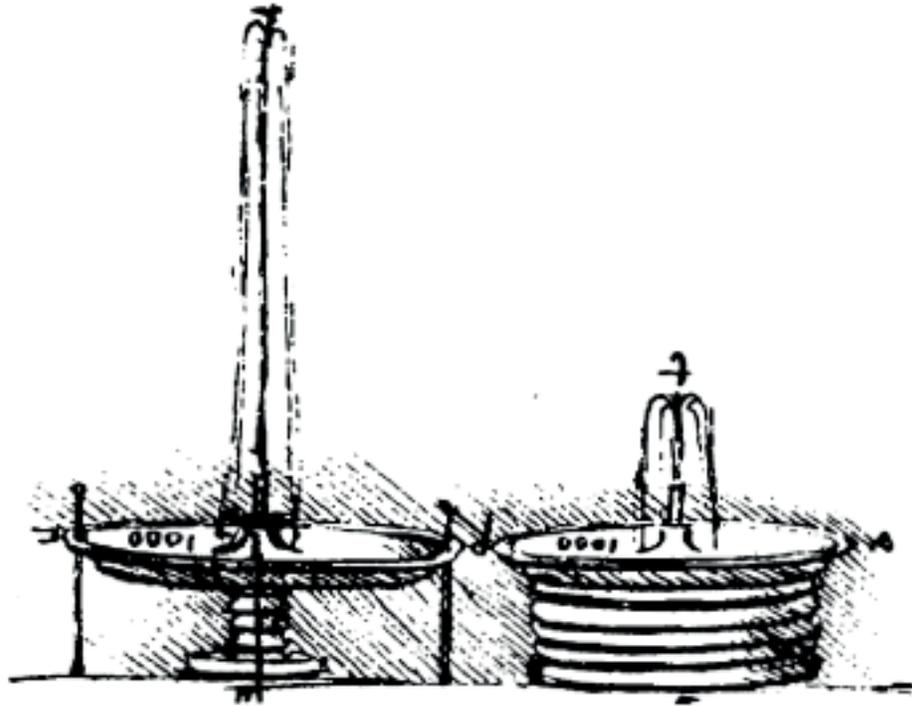


Figura 2.3. Un surtidor elevará más el agua si el recipiente es delgado (Tomada de Levi, 1986, p. 1004).

Sin embargo, los escritos de Leonardo no fueron ni suficientemente divulgados ni suficientemente analizados. Levi (1985) narra el porqué de esta afirmación. Otro códice que se conoce como códice Atlántico, por tener el tamaño de un atlas, llega, junto con otros volúmenes, a Milán, donde el dueño, necesitado de dinero, se propone venderlos. Le sugieren que lleve el *Atlántico* a Florencia y lo ofrezca al gran duque Cósimo II, bien conocido por Galileo, la tierra de Leonardo seguramente no lo rechazará. Así lo hace, pero el prudente Cósimo, cuidadoso con su dinero, pasa el tomo a sus expertos para que lo valúen. Esos señores miran los dibujos, mezcla de cosas raras, de los cuales entienden poco o nada, intentan leer, consiguen un espejo y con dificultad descifran algo, pero el texto no les convence. Como sabios, buscan en él un tratamiento sistemático al estilo de Galileo, estilo que no encuentran. La encuadernación era arbitraria por el desorden en que acomodó los escritos

un dueño anterior. Es así que la influencia de Leonardo en la historia de la hidrostática no es importante. Los expertos en hidráulica, contemporáneos de Galileo, no mencionan a Leonardo e incluso trabajan en investigaciones que Leonardo ya había considerado.

## 2.1.4. Stevin, la paradoja hidrostática y el lenguaje flamenco.

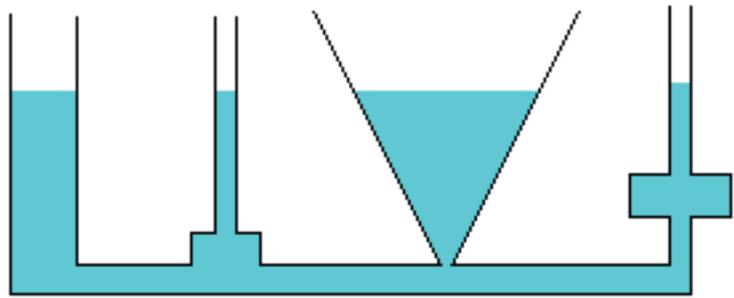
Simon Stevin (1548 - 1620), fue un importante matemático, ingeniero militar e hidráulico, constructor de molinos y fortificaciones, semiólogo, contable e intendente holandés.



Figura 2.4. Simon Stevin  
(Tomada de stevincentre.com)

Este genial inventor es muy conocido por sus aportes a las matemáticas, pero también por sus aportes a la hidrostática gracias a su libro "Elementos de Hidrostática" publicado en 1586. En este libro hace el primer análisis correcto de las fuerzas que ejercen los líquidos en superficies planas y presenta el primer intento de explicación de la paradoja hidrostática (Rouse, 1957).

Figura 2.5. Paradoja hidrostática:  
la presión en el fondo de las  
figuras es la misma sin importar el  
peso de agua encima.  
Tomada de  
[http://www.sc.ehu.es/sbweb/  
fisica/fluidos/estatica/paradoja/  
paradoja.htm](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/estatica/paradoja/paradoja.htm)



Algunas ideas de Stevin eran bien intencionadas, pero equivocadas. Estaba convencido de que el conocimiento científico debería ser divulgado a la mayor cantidad de gente posible y por supuesto que el idioma en el que se escribieran debería ser uno que se entendiera. En su época toda la literatura científica estaba escrita en latín; así que según Stevin, se debería usar un lenguaje más conocido y más efectivo, y según él también, ese lenguaje era el flamenco ya que era el mejor lenguaje para escribir la ciencia. En ese lenguaje escribió su libro, pero los científicos no lo leyeron, y el vulgo tampoco. Su libro sobre hidrostática se leyó por científicos de esa época hasta que se tradujo al latín.

## 2.1.5. Galileo y sus amigos que trabajaron en la hidrostática.

En 1632 Galileo publicó su *Dialogo acerca de los dos máximos sistemas del mundo, tolemaico y copernicano*, finalmente esta publicación fue la causa por la cual, en un proceso en Roma, en junio de 1633 el Santo Oficio lo condenó a la cárcel; condena que luego cambió el sumo pontífice por el encierro en su Villa de Arcetri cerca de Florencia y allí permaneció hasta su muerte en 1642. Esta circunstancia influye en el devenir de la historia de la hidrostática, como se verá más adelante.

Primero, debe decirse que Benedetto Castelli (1577 - 1643) fue alumno, fiel amigo de Galileo y maestro del hijo de éste. Se le ha llamado en Italia "el padre de la hidráulica" por sus contribuciones a la misma, particularmente en la medición de

caudal. Sin embargo en la historia de la hidrostática fungió sólo como un agente circunstancial, en seguida se muestra por qué, según Levi (1986).



Figura 2.6. Benedetto Castelli y Evangelista Torricelli  
(Tomadas de galileo.rice.edu y biografiasyvidas.com respectivamente)

Evangelista Torricelli (1608 - 1647) fue alumno de Castelli y estudió una de las obras de Galileo Galilei, (*Diálogo de la nueva ciencia*, de 1630); lo que le inspiró al desarrollo de algunos de los principios mecánicos allí establecidos y que recogió en su obra *Del movimiento de los graves en caída natural y de los proyectiles*. En 1641, Castelli mandó una carta a Galileo diciéndole que le iba a visitar y le llevaría el libro de Torricelli, y que dicho libro había causado muy buena impresión; que incluso podría llevarle una segunda parte. Efectivamente, Torricelli alcanzó a terminar la segunda parte, que Castelli entregó al Maestro. Pero el propósito de Castelli iba más lejos; Galileo, a pesar de contar ya con 77 años de edad, lleno de achaques y ciego, seguía encerrado en la casa de Arcetri elaborando en su mente ideas viejas y nuevas; y necesitaba alguien con quien debatirlas y que fuera tomando nota de los argumentos y conclusiones. Desde hacía dos años vivía con él Vincenzio Viviani, un joven que lo cuidaba como si fuera su hijo, pero que a sus 20 años no tenía la madurez necesaria. Lo que Castelli propuso al Maestro fue enviarle a Torricelli, a la sazón de 32 años y el anciano aceptó entusiasmado. Sin embargo, por diversas circunstancias Torricelli no pudo llegar con

Galileo sino hasta noviembre de 1641, Galileo falleció el 8 de enero de 1642. La convivencia de Torricelli y Galileo se limitó a no más de tres meses.

Viviani había reordenado la correspondencia de Galileo, y éste, sin duda, habría pedido a Torricelli leer las cartas más importantes bajo el punto de vista científico, y en particular la de Baliani de octubre 1630. Torricelli se interesó en el tema de la carta: el vacío; a raíz de ello ordenó a Viviani que hiciera experimentos con mercurio y en tubos de cristal. A la postre, terminó inventando, o dejando el antecedente, para la invención del barómetro.

Las cartas o los contenidos de las cartas llegaron a las manos de un grande entre los grandes: Blas Pascal. La manera en cómo llegaron es un poco tortuosa: Torricelli compartió los resultados de los experimentos del vacío con Michelangelo Ricci un alumno suyo en Roma, por medio de una carta fechada el 11 de junio de 1644. Después de algunos comentarios, refutaciones y aclaraciones, Ricci quedó convencido de los resultados e hizo una copia de la carta y la envió a París a un tal Merssene que era el corresponsal científico por excelencia. Entre los sabios que conocieron el experimento estaba Pascal y al igual que Merssene se entusiasmó en gran medida con el tema, repitió y amplió el experimento de Torricelli y terminó inventando el barómetro... Sin darle ningún crédito a Torricelli.



Figura 2.7. Blas Pascal (1623 – 1662)  
(Tomada de [global.britannica.com/biography/Blaise-Pascal](http://global.britannica.com/biography/Blaise-Pascal))

La historia no es muy clara al respecto del interés de Pascal por la hidrostática; muy probablemente leyó algo de los comentarios de Baliani que se referían al nadador, que a su vez comentó Herón de Alejandría; y en su libro *Traité de l'équilibre des liqueurs* (Tratado sobre el equilibrio de los líquidos), publicado póstumamente en 1663, comentó al respecto (Levi, 1986):

El agua empuja hacia arriba a los cuerpos que toca por debajo, hacia abajo a los que toca por arriba y hacia un lado a los que toca del lado opuesto; de donde se concluye fácilmente que, cuando un cuerpo está todo sumergido, como el agua lo toca por debajo, por arriba y por todos los lados, ella se esfuerza para empujarlo hacia arriba, hacia abajo y hacia todos lados. Pero como su altura es la medida de la fuerza que ella posee en todas estas impulsiones, es muy fácil ver cuál tiene que prevalecer. Porque primero se nota que, teniendo el agua los mismos niveles sobre las caras laterales, las empuja por igual, y por tanto el cuerpo no recibe impulsos hacia ningún lado, como una veleta entre dos vientos iguales. Pero como el agua tiene más altura sobre la cara inferior que sobre la superior, claro está que lo empujará más hacia arriba que hacia abajo; y como la diferencia entre dichas alturas de agua es el alto del cuerpo mismo, es fácil entender que ella lo empuja hacia arriba con una fuerza igual al peso de un volumen de agua equivalente.

Al final del texto, Pascal afirma que es fácil entender que el cuerpo sumergido en el agua recibe un empuje ascendente igual al peso del volumen del agua que ocupa el cuerpo. Tal vez esto sea más fácil de entender si se observa la Figura 2.8. Supóngase que el cuerpo sumergido en el agua sea precisamente un cubo de agua. Como el agua está en reposo, el cubo imaginario también lo está, ello significa que se tiene un equilibrio de fuerzas; es decir, para que el cubo de agua no se desplace ni hacia arriba ni hacia abajo, debe existir una fuerza que lo sostenga, exactamente de la misma magnitud y sentido contrario. Y como es de la misma magnitud, entonces dicha magnitud es igual al peso del volumen de agua del cubo imaginario.

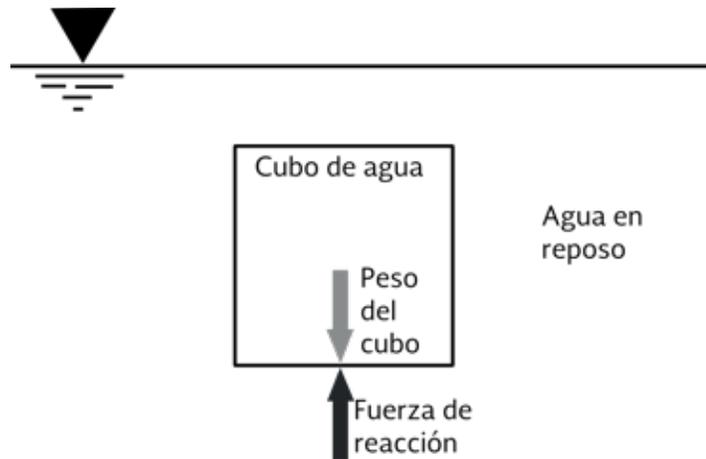


Figura 2.8. Empuje ascendente del agua en un cuerpo sumergido

## 2.1.6. Historia de la ecuación fundamental de la hidrostática

La ecuación fundamental de la hidrostática es muy simple, con ella se estipula que la presión en el agua en reposo es igual al producto de la densidad del agua, por la profundidad del sitio en el que se desea conocer dicha presión. Sin embargo su historia no es tan simple.

Se puede decir que todo comenzó porque Johann Bernoulli y su hijo Daniel conocieron muy bien a Leonhard Euler. El primero porque fue su maestro de matemáticas y el segundo porque lo invitó a la academia de ciencias de San Petersburgo. Se está hablando de las decenas de los años 1720 y 1730 (Levi, 1985).

Ambos, padre e hijo, escribieron sendos libros sobre hidrodinámica (de hecho, Daniel es el creador de esta disciplina). Euler supo de ambos libros y externó su opinión sobre ellos. Los libros tratan sobre las velocidades y presiones en el interior del agua. Ambos libros tienen gran mérito, sin embargo, Euler no está del todo satisfecho con los resultados. Levi (1985, pp. 144) lo escribe así:

Matemático más sutil que los Bernoulli, de hecho, uno de los matemáticos más grandes de todos los tiempos, Euler se encontraba insatisfecho, nota la ausencia

de algo sustancial. Johann y Daniel están visualizando el movimiento del fluido en una sola dimensión: la corriente avanza tajada tras tajada; tajadas de anchos infinitesimales, rígidas e indeformables. Pero la realidad no es así: el viento no agita a dos hojas de la misma manera; cada partícula de la masa fluida se caracteriza por sus propias velocidad y presión, que además varían de un instante a otro. ¿Serán las matemáticas incapaces de elaborar un modelo que tome todo esto en cuenta? Euler percibe que no es así: algo en su pensamiento lo eleva muy por encima del universo de los Bernoulli. Necesitará 10 años más de meditación; pero entonces sacará a luz una teoría completa e inmejorable, y al mismo tiempo increíblemente sencilla, capaz de considerar punto por punto lo que acontece dentro del fluido y deducir los efectos resultantes.

La teoría a la que Levi se refiere son las ecuaciones estáticas de Euler. Según Sotelo (1999) dichas ecuaciones son las siguientes.

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x} &= \rho X \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \rho Y \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \rho Z\end{aligned}\tag{Ecuación 2.1.}$$

Según Nekrazov (1966) las ecuaciones fueron obtenidas por Euler en 1755 y son un sistema de tres ecuaciones diferenciales que describen la variación de la presión en el seno de un líquido en reposo. Cada ecuación describe la variación de la presión en la dirección coincidente de cada uno de los ejes de un sistema cartesiano ortogonal, suponiendo, inicialmente, que la presión varía en todas direcciones. Las ecuaciones son el resultado de la aplicación del equilibrio de fuerzas a un cubo de volumen infinitesimal que se considera en reposo, donde se supone la existencia de una fuerza de cuerpo y la ausencia de fuerzas de superficie. El resultado de dicha deducción es simple y poderoso: la variación de la presión en el seno de un líquido en cada uno de los ejes de un sistema cartesiano, se puede calcular como el producto de la densidad del líquido, por la componente vectorial de la fuerza de cuerpo, coincidente con la dirección del eje considerado.

Desde el punto de vista conceptual la historia es así: Daniel aplicó a los movimientos de los líquidos, el principio de Leibnitz de la conservación de las fuerzas vivas (en realidad de conservación de la energía mecánica) (Liñán, 2009). Su padre, Johann, utilizó los resultados pero introdujo más claramente el efecto de la presión, uno de los fallos de Daniel. Sin embargo, ambos consideraron el escurrimiento del fluido como un tubo monolítico que avanza forzada y forzosamente en el interior de la tubería.

Por otro lado, Galileo en su *Discurso y demostración matemática, en torno a dos nuevas ciencias*, de 1638, cavilaba, a través de Salviati, sobre la naturaleza corpuscular del agua imaginando que cualquier material sólido puede ser pulverizado hasta sus *mínimos*, y aún en esta condición dichos mínimos son "extensos, dotados de forma y numerables"; caso contrario debe tener el agua ya que observando su comportamiento, sus mínimos deben ser indivisibles. Sin embargo Guglielmini en 1739, consideraba que el agua estaba hecha de pequeñísimas esferas. Estas consideraciones sobre el tamaño y comportamiento de los *mínimos*, no fueron consideradas ni por Daniel, ni por Johann, que como ya se dijo, consideraban el escurrimiento del agua en un "tubo de corriente", (levi, 1986).

Este importante detalle no pasó inadvertido para otros dos genios: Euler y d'Alembert, que sí analizaron el comportamiento independiente de las partículas en el interior de un líquido, ya sea en reposo o en movimiento. Con estas consideraciones d'Alembert dedujo nuevamente la ecuación de Castelli (de la continuidad) pero ahora en un planeamiento diferencial.

Finalmente Euler, conocedor de todo lo anterior, planteó sus célebres ecuaciones sobre varios fundamentos conceptuales:

- El comportamiento del agua no es en bloques, sino en partículas pequeñísimas con dinámica individual pero relacionada con el resto de partículas del fluido; consecuentemente, su análisis debería considerar este hecho.
- Introdujo el moderno concepto de la presión ejercida sobre el líquido que ocupa una rodaja infinitesimal, por el líquido que lo limita aguas arriba y aguas abajo y, también, por la propia pared del conducto (Liñán, 2009).

- Introdujo el análisis mediante la utilización de coordenadas (sin conocer el trabajo de Descartes, más bien uso la propuesta de un tal Colin McLurin de 1742) (Levi, 1985).
- Iguala la fuerza al producto de la masa por la aceleración (sin conocer tampoco, la segunda ley de Newton) (Levi, 1985).
- Se esfuerza en dar a su teoría la máxima generalidad (Levi, 1985).

El Dr. Sotelo (1999) considera que la única fuerza que se presenta en un cuerpo de agua en reposo, es la gravedad, así que automáticamente se eliminan dos de las ecuaciones y solamente queda la que considera la fuerza en el sentido vertical. Despeja la derivada de la presión, integra y llega a la ecuación que denomina "Ley de Pascal":

$$\frac{p}{\gamma} + z = \text{constante} \quad \text{Ecuación 2.2.}$$

No se hace mención de por qué se denomina Ley de Pascal, pero es de suponer que fue Blas Pascal quien la propuso.

La Ley de Pascal no es la ecuación fundamental de la hidrostática, para llegar a ella aún faltan algunas consideraciones. Dicha ley debe cumplirse en todo el interior de un fluido, siempre que se tenga un mismo fluido y dicho fluido esté en reposo. Para nuestro caso, se considera el agua. Atiéndase a la Figura 2.9 y al desarrollo de la Tabla 2.1.

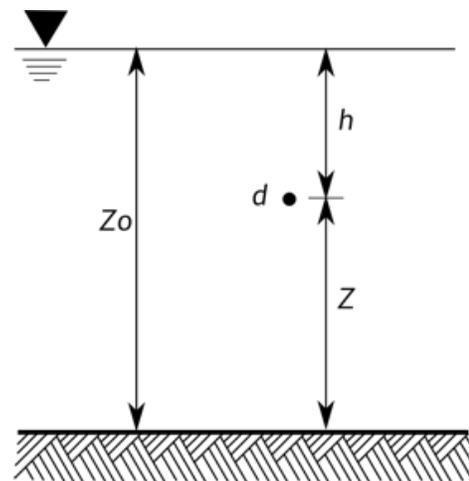


Figura 2.9. Presión en un sitio cualquiera en el interior del agua en reposo

Tabla 2.1. Aplicación de la Ley de Pascal en el interior de un cuerpo de agua y en la superficie

Explicación	Álgebra	Inciso
Ley de Pascal aplicada a la superficie del agua. A la presión en la superficie se le denomina $P_o$ ; a su coordenada $z_o$ y a su constante $C_1$ . El peso específico ( $\gamma$ ) es el del agua:	$\frac{p_o}{\gamma} = z_o = C_1$	(a)
Ley de Pascal aplicada al sitio $d$ (letra inicial de la palabra dot, que significa punto en inglés, como signo de puntuación). A la presión en ese sitio se le denomina $P_d$ ; a su coordenada $z$ y a su constante $C_2$ . El peso específico ( $\gamma$ ) es el del agua:	$\frac{p_d}{\gamma} + z = C_2$	(b)
La Ley de Pascal aplica en todo el interior del agua y debe aplicar en la superficie, por lo tanto $C_1$ y $C_2$ deben ser iguales y los primeros miembros de las ecuaciones $a$ y $b$ , deben ser iguales:	$\frac{p_o}{\gamma} + z_o = \frac{p_d}{\gamma} + z$	(c)
Despejando la presión en el sitio $d$ :	$p_d = \gamma \left( \frac{p_o}{\gamma} + z_o - z \right)$	(d)
Pero la presión en la superficie debe ser igual a la presión atmosférica y para aplicaciones en ingeniería, se ha convenido que la presión atmosférica se considere cero. Así la ecuación $d$ , se transforma en:	$p_d = \gamma (z_o - z)$	(e)
Atendiendo a la Figura 29, $(z_o - z) = h$ ; y eliminando el subíndice:	$p = \gamma h$	(2-1)

Llegándose así a la denominada ecuación fundamental de la hidrostática, de uso muy generalizado en la ingeniería hidráulica, no se usan las ecuaciones estáticas de Euler ni la Ley de Pascal, aunque de ellas se deriva.

## 2.2. Historia de la ecuación del gasto

El gasto, o caudal, es la cantidad de agua que pasa por una determinada sección de un conducto en un cierto tiempo. Para calcular dicho gasto en un conducto, simplemente se multiplica el área de la sección transversal del conducto, por la velocidad con que escurre el agua en la misma sección. Si se asigna al gasto la letra  $Q$  y al área la letra  $A$  y a la velocidad la letra  $V$ ; se puede plantear la fórmula  $Q=AV$ . Esta fórmula o ecuación, es, en el ámbito de la hidráulica, la *ecuación del gasto*. En la historia de

dicha ecuación presentan varias anécdotas curiosas. Leonardo Da Vinci ya hablaba de ella, pero es a Benedetto Castelli a quien se le reconoce su autoría.

Un apunte conveniente para considerar la historia de la ecuación es el hecho de que mucho tiempo y aún en la actualidad, se ha considerado que el gasto se puede expresar únicamente por el área. Ello significa que el gasto no involucra a la velocidad y se puede asignar únicamente por unidades de área; por ejemplo: dos pulgadas de agua.

Este error también ha sido ya observado desde tiempos inmemoriales. Según indica Frazier (1974) Hero de Alejandría consideraba necesario involucrar la velocidad del agua para el cálculo del gasto y no solamente el área de la sección transversal que ocupa el flujo. Hero sugería que se debiera considerar qué tan rápido o lento avanza el agua. Sin embargo, se detiene únicamente en observarlo, ya que solo lo menciona y termina proponiendo el método volumétrico para conocer el gasto; el cual de esta forma queda correctamente designado en cuanto a las unidades (volumen entre tiempo). El mismo Frazier indica que lo anterior aparece en libro *Dioptra*, escrito por el matemático y mecánico griego Hero de Alejandría en el primer siglo de nuestra era.

### 2.2.1. Leonardo Da Vinci y su inconformidad al respecto de la medición.

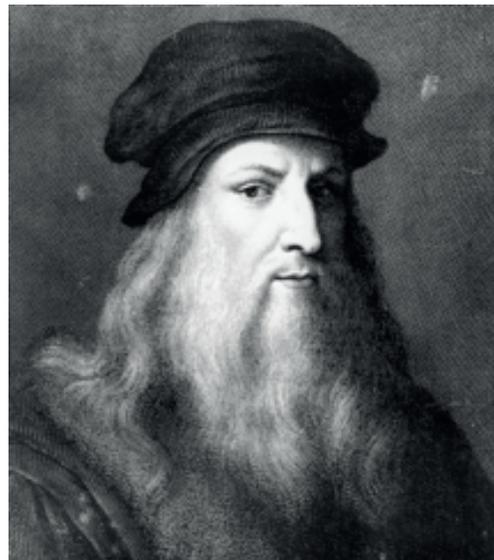


Figura 2.10. Leonardo Da Vinci  
(Tomada de discovermagazine.com)

Levi (1985) menciona que Leonardo Da Vinci era el encargado ducal de la repartición del agua para riego. La cantidad de agua se media por onzas<sup>1</sup>. El líquido se hacía circular por un orificio circular, cuadrado o rectangular que tenía precisamente esa dimensión. Era obvio que Leonardo veía que la cantidad era diferente si la velocidad de salida era diferente. Y también notó que si la profundidad del agua antes del orificio era considerable así mismo lo era la velocidad. Según Levi estas observaciones se hicieron muy probablemente entre 1520 y 1530, o sea 1400 años después de la observación de Hero de Alejandría.

## 2.2.2. Giovanni Fontana y la medición de agua en el río Tíber

También el doctor Levi menciona que en el año de 1598 Roma sufrió una grave inundación provocada por el desbordamiento del río Tíber, de hecho la peor de la historia. Las autoridades pretendieron construir los cauces necesarios para conducir una cantidad de agua igual al caudal de inundación, precisamente para evitar dicha inundación. Para saber cuánta agua escurrió encargaron al arquitecto Giovanni Fontana (1546-1614) la tarea de estimar el gasto.

Al ser arquitecto, se supone que tenía inconsistencias y desconocimientos del tema, ya que no consideró las observaciones ni de Hero de Alejandría ni de Leonardo Da Vinci y estimó la cantidad de agua en unidades de longitud. Estimó que el escurrimiento fue de 500 *cañas* cuadradas (la caña era una vara de alrededor de dos metros); el río tenía una capacidad de aproximadamente un tercio de esa cantidad, por lo que Fontana infirió que debían construirse dos cauces más de similar tamaño.

Sin embargo, toda el agua de la inundación escurrió por debajo del puente "Quattro Cappi", también llamado Fabricio, de unas 150 *cañas de sección*. Ingenuamen-

---

1 Actualmente, la onza es una unidad de masa, pero al parecer en tiempos de Leonardo Da Vinci se utilizaba también como unidad de longitud ya que la palabra se deriva del latín *uncia* 'duodécima parte de un pie (pulgada)'. Corominas (1973).

te Fontana concluyó que el agua se había comprimido debajo del puente. Nunca pensó que el agua simplemente avanzó más rápido; como ya lo habían considerado Hero de Alejandría y Leonardo Da Vinci.

### 2.2.3. Benedetto Castelli y la correcta proposición de la ecuación de gasto

El padre Benedetto Castelli (1578-1643) fue contemporáneo de Galileo Galilei e incluso fue su amigo. Era experto en temas de hidráulica y de hecho es considerado en Italia como el padre de la hidráulica. Castelli supo de la conclusión del arquitecto Fontana y no estaba de acuerdo con que el agua se haya comprimido y fue un asunto que lo intrigó durante un tiempo. Cabe aquí preguntar: ¿Castelli no sabía de los trabajos de Leonardo Da Vinci al respecto? ¿O de las opiniones de Hero de Alejandría?

Caminando por una calle de orfebres, Castelli observó la manera de adelgazar los hilos de plata y oro. Primeramente, se tenía un rollo del metal con un cierto grosor, después se hacía circular forzadamente por un orificio de menor diámetro para adelgazarlo. El doctor Levi indica que Castelli comprobó con mediciones que "la velocidad del hilo después del orificio en la placa, era mayor que antes de dicho orificio, en una proporción inversa de los grosores respectivos... Lo que hay que considerar atentamente –dijo– es que las partes del hilo antes del agujero tienen cierto grosor y las que salen del agujero son más finas, pero de todos modos el volumen y el peso del hilo que se desenrolla siempre son iguales al volumen y al peso del hilo que se enrolla".

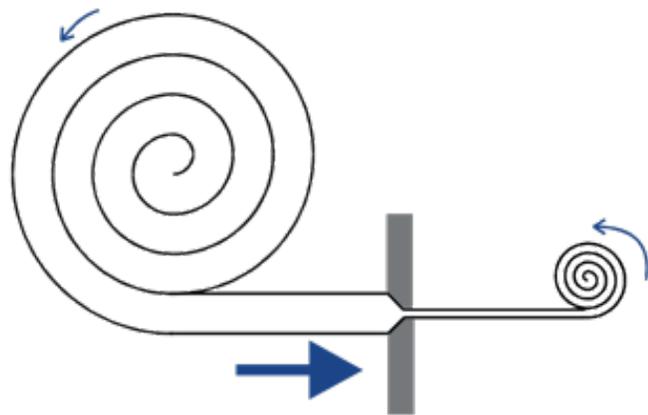


Figura 2.11. Técnica de adelgazamiento del hilo de oro o plata por parte de los orfebres

También el doctor Levi menciona que el 12 de noviembre de 1625 Castelli escribía a Galileo para informarle que había demostrado geoméricamente “que la proporción entre la cantidad de agua que escurre por un río cuando este tiene cierta altura de agua y la que escurre en el mismo río cuando tiene otra altura, está en razón compuesta de la velocidad con la velocidad y de la altura con la altura”. Según el doctor Levi la propuesta de Castelli y que se refiere evidentemente a ríos de sección rectangular, aparece en el libro (de Castelli) de 1628 llamado *De la medición de las aguas corrientes*.

Ampliando lo dicho por Castelli, Levi propone: (a) reemplazar la palabra *altura*, o sea tirante de agua, por la palabra *sección*; (b) indicar al gasto con  $Q$ ; (c) indicar con  $A$  el área de la sección; (d) indicar con  $V$  la velocidad y (e) indicar con subíndices 1 y 2 las dos secciones. De esta manera, lo mencionado por Castelli se puede escribir como sigue.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right) \left( \frac{A_1}{A_2} \right) \quad \text{Ecuación 2.3.}$$

En la ecuación anterior se pueden eliminar los paréntesis.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{V_1 A_1}{V_2 A_2} \quad \text{Ecuación 2.4.}$$

Es claro que para que se mantenga la proporción, los numeradores y los denominadores de las fracciones, en ambos lados de la ecuación, deben ser iguales, respectivamente; por lo tanto, se puede generalizar y llegar a la famosa *Ecuación de Castelli*.

$$Q = VA \quad \text{Ecuación 2.5.}$$

Como apunte final de la historia de la ecuación de gasto, se cita un texto del doctor Levi:

Benedetto Castelli ha sido considerado en Italia como “padre de la hidráulica” y su fórmula se ha conocido como “ley de Castelli”. Esta atribución ha sido posterior-

mente controvertida, porque otros antes que él habían tenido un conocimiento por lo menos parcial de ella. Como se había mencionado, Leonardo Da Vinci ya había enunciado claramente la Proposición I y la había demostrado de manera muy parecida; sin embargo, la atribución parece merecida porque Castelli fue buscando este principio con tesón, perfeccionándolo poco a poco y, una vez establecido, lo fue aplicando sistemáticamente para resolver gran cantidad de problemas hidráulicos.

## 2.3. Historia de la ecuación de la energía

Al igual que la ecuación del gasto o caudal, el desarrollo técnico de la formulación de la ecuación de la energía está rodeado de múltiples anécdotas, yerros y tinos que el doctor Levi narra en su multicitado libro de "El agua según la Ciencia". En seguida se presenta una breve mención de tales anécdotas, yerros y tinos.

### 2.3.1. Galileo Galilei, la caída de los graves<sup>2</sup>.

En la teoría de la caída de los graves de Galileo Galilei (1564-1642) se dice que un cuerpo grave posee por naturaleza la propiedad intrínseca de dirigirse hacia el centro común de gravedad o sea, hacia el centro del globo terrestre, con un movimiento uniformemente acelerado; es decir, que en tiempos iguales se hacen adiciones iguales de nuevos incrementos de velocidad. Más simple aún: los cuerpos que caen, cada vez lo hacen más rápido. Este hecho es el que debe considerarse para continuar la historia.

---

2 La palabra "grave" se deriva del latín *gravis* que quiere decir "pesado".



Figura 2.12. Galileo Galilei  
(Tomada de [www.space.com](http://www.space.com))

## 2.3.2. Aparece Torricelli

El doctor Levi indica que en 1641 Torricelli terminó de escribir un libro que le fue entregado a Galileo para su revisión; su nombre era *Del movimiento de los graves en caída natural y de los proyectiles*, al cual agregó una parte de carácter hidráulico: *Del movimiento del agua*. De esta parte del libro, dos asuntos son de interés para esta historia: (a) siguiendo la teoría de los graves de Galileo, Torricelli se preguntó sobre la forma que tendría un chorro de agua que saliera del fondo de un tanque, era un matemático brillante y determinó que la forma era una hipérbola de cuarto grado; algo parecido a lo que se presenta en la Figura 2.13; por otro lado (b) Torricelli propone que el agua al salir por el orificio (punto B, Figura 2.14), tendrá el mismo ímpetu que un cuerpo que cae desde la misma altura del nivel del agua en el tanque (punto A) hasta el nivel del orificio.

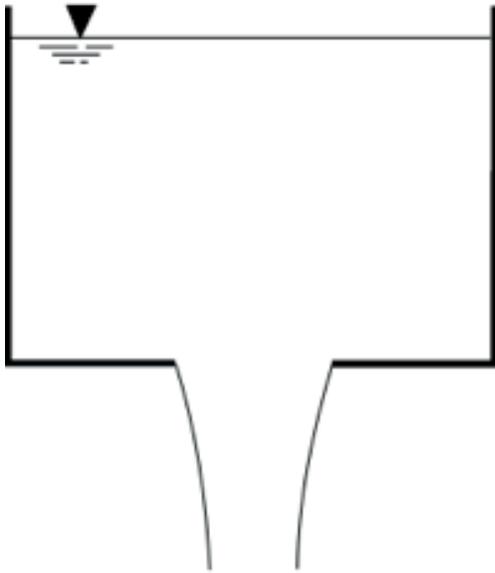


Figura 2.13. Forma del chorro al salir del orificio



Figura 2.14. Esquema de apoyo para el Principio de Torricelli

### 2.3.3. La catarata de Newton.



Figura 2.15. Isaac Newton (1643-1727).  
(Tomada de biografíasyvidas.com)

Según Levi, en el segundo libro de sus célebres *Principia*, editados en Londres en 1686, Isaac Newton anota: "Está comprobado que la cantidad de agua que sale en un tiempo determinado por un orificio practicado en el fondo de un tanque es igual a la cantidad que escurriendo libremente con la misma velocidad, pasaría en el mismo tiempo a través de un orificio circular cuyo diámetro esté en razón de 21 a 25 con el diámetro anterior; por tanto, el agua corriente, al cruzar el primer orificio, tiene una velocidad poco más o menos igual a la que adquiriría un cuerpo pesado al caer de una altura equivalente a la mitad de la del agua estancada en el tanque". Esto puede observarse en la Figura 2.16, donde  $d_1=25$  y  $d_2=21$ .

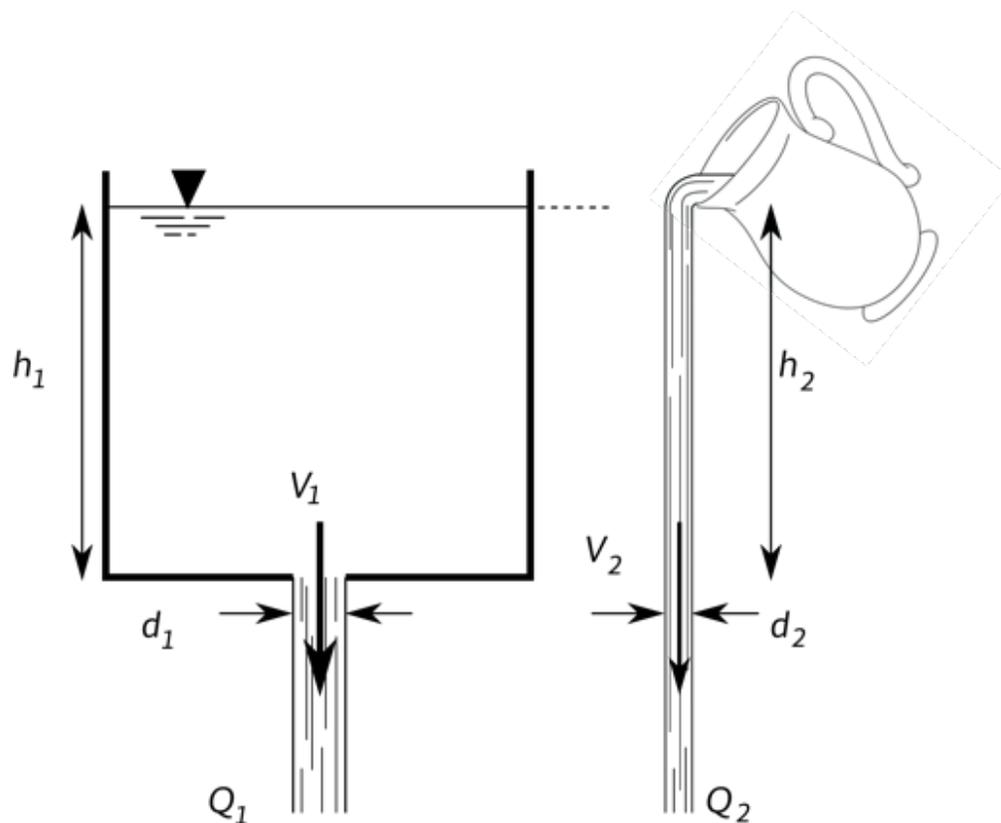


Figura 2.16. Razonamiento de Isaac Newton.

El mismo doctor Levi considera que Newton, había medido el gasto por un orificio circular practicado en el fondo de un tanque bajo cierto tirante de agua, y luego había medido el diámetro de un chorro por el cual pasaba el mismo gasto de agua, pero cayendo libremente desde la misma altura; evidentemente, con el objeto de

Tabla 2.2. Razonamiento erróneo de Galileo

Conceptual	Algebraico	Inciso
Newton determinó que en tiempos iguales, caía la misma cantidad de agua en ambos escurrimientos. Es decir que los gastos ( $Q_{1,2}$ ) eran iguales:	$Q_1 Q_2$	(a)
También encontró que los diámetros no eran iguales, el diámetro del chorro libre ( $d_2$ ) estaba en proporción de 21 a 25 respecto al diámetro del orificio ( $d_1$ ), por lo tanto sus áreas o secciones ( $A$ ) estarían en una proporción de raíz cuadrada de 2:	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi d_2^2}{\pi d_1^2} = \frac{25^2}{21^2} = 1.41 = \sqrt{2}$	(b)
Debe prevalecer el principio de continuidad:	$A_1 V_1 = A_2 V_2$	(c)
Arreglando y combinando (c) con (b) se tiene:	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{2}$	(d)
Obviamente Newton sabía que la velocidad ( $V$ ) de caída de los cuerpos es igual a la raíz cuadrada de dos veces la gravedad ( $g$ ) por la altura de caída ( $h$ ):	$V = \sqrt{2gh}$	(e)
Combinando los incisos (e) y (d):	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}} = \sqrt{2}$	(f)
Despejando $h_2$ , se obtiene:	$h_2 = 2h_1$	(2.2)

comprobar el principio de Torricelli de que la velocidad adquirida en las dos condiciones es la misma. El principio no resultó cierto. En la Tabla 2.2 se presenta el razonamiento que probablemente siguió Isaac Newton.

Si en la Figura 2.16 se observa claramente que las alturas  $h_1$  y  $h_2$  deben ser iguales ¿cómo era posible que Newton encontrara que la profundidad del agua en el tanque ( $h_1$ ) debía ser el doble de la altura ( $h_2$ ) desde la que cae el chorro?

Newton consideraba que el agua escurría dentro del recipiente de una manera parecida a como lo hace en el chorro libre, y dijo que el agua escurría dentro del recipiente como una especie de "catarata" y que encima del agua debiera existir un bloque de hielo que generaba la doble altura. La forma de la catarata dentro del tanque era la continuación de la línea de la hipérbola de Torricelli hacia el interior del recipiente (Figura 2.17) (Levi, 1985).

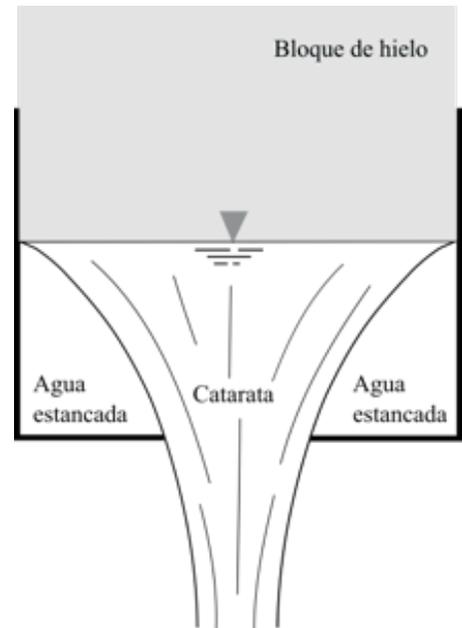


Figura 2.17. Artificio de Newton: un bloque de hielo y una catarata.

Newton no tuvo el cuidado de revisar las ideas de Leonardo Da Vinci al respecto, quien ya había propuesto que se llenara un tanque de cristal con agua y se perforara un orificio en el fondo para observar "cuál agua corre con más velocidad a la salida y de qué sitio se mueve" (Figura 2.18a). Este comentario de Leonardo, se hizo entre 1520 y 1530. Tampoco puso atención a la línea de la hipérbola de Torricelli, que claramente va haciendo más angosto al chorro conforme se aleja del orificio. Igualmente se puede observar en la Figura 2.18(b) donde Da Vinci ya mostraba que el chorro sufría una contracción después de abandonar el recipiente. (Levi, 1986).

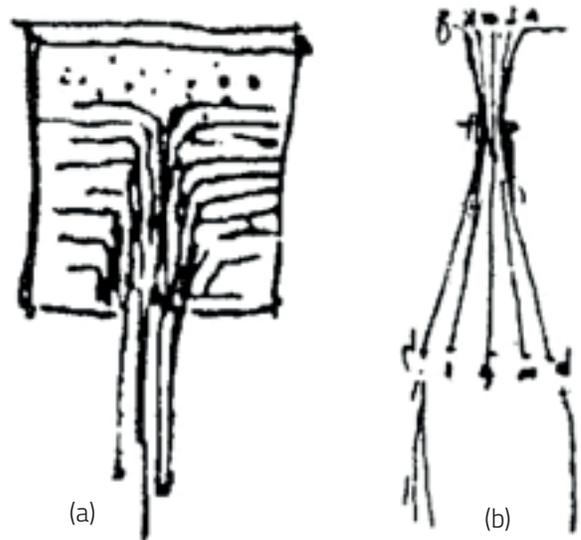


Figura 2.18. Experimento de Leonardo y figura explicativa del movimiento del agua (Tomada de Levi, 1986, p. 1013 y 1014).

Afortunadamente Newton observó con más cuidado el chorro, descubrió dicha contracción y concluyó, correctamente, que para el cumplimiento de la afirmación de Torricelli, sobre las velocidades en el orificio y en el chorro libre, se debía considerar el diámetro del chorro contracto y no el diámetro del orificio... Pero no aclaró nada sobre el bloque de hielo y la catarata.

### 2.3.4. Daniel y Johann Bernoulli y la aparición de la ecuación de la energía.



Figura 2.19. Daniel Bernoulli  
(Tomada de [theoreticalmathematicians.blogspot.com](http://theoreticalmathematicians.blogspot.com))

Levi (1985), claramente indica que:

La hipótesis de la catarata no tenía ya ningún sentido, ni mucho menos la de la doble columna. Quedó, sin embargo, la duda de cómo se movía el agua dentro del tanque. En Venecia se encontraba Daniel Bernoulli (1700-1782) quien no era de esos que esperan a que les cuenten las cosas. Sin mencionar tampoco la propuesta de Leonardo Da Vinci, él construyó un tanque, lo llenó de agua, le agregó colorante y destapó un orificio perforado en el fondo. No encontró nada que pareciera una *catarata*. "Me parece –escribió más tarde– que el movimiento interno del agua debe considerarse tal como sería ella si fuese arrastrada por tubos infinitamente pequeños colocados uno cerca del otro, de los cuales, los centrales bajan casi directamente desde la superficie hasta el orificio, mientras que los demás se encontraban gradualmente cerca del orificio mismo de donde

aparece que las partículas individuales bajan con movimiento muy aproximadamente vertical hasta acercarse mucho a la base, para luego dirigir gradualmente su trayectoria hacia el orificio; de tal modo, las partículas próximas a la base escurren con movimiento casi horizontal (Figura 2.20).

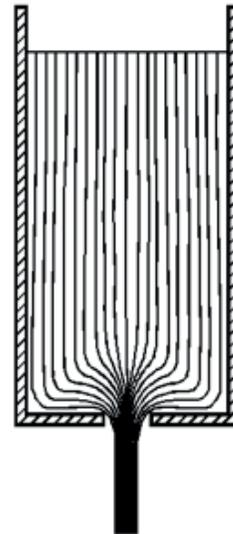


Figura 2.20. Movimiento del agua, observaciones de Daniel Bernoulli (Tomada de Levi, 1985, p. 124)

Para continuar sobre el tema, Levi menciona que:

Todo esto se puede leer en el libro de Daniel titulado "Hidrodinámica, o sea, comentarios acerca de las fuerzas y de los movimientos de los fluidos", publicado en Estrasburgo en 1738. Con este libro, la mecánica de fluidos nacía como ciencia y de paso se estableció por primera vez la palabra *Hidrodinámica*. En el capítulo 13 del libro, Daniel ataca teóricamente el problema del orificio basando su teoría en el "principio de las fuerzas vivas", claramente influenciado por Christian Huygens (1629-1695) a quien se le acredita el principio que dice: "el centro de gravedad de una masa no puede regresar a un nivel más alto del que cae; y si no existe fricción, entonces sube exactamente hasta el nivel original". Daniel deriva su formulación a partir de la Figura 2.21 y dice: "considérese el tanque ACBE. Este tanque se mantiene siempre lleno de agua y se conecta a un tubo cilíndrico horizontal ED; al final del tubo hay un orificio O a través del cual fluye el agua con velocidad constante: La pregunta es ¿cuál es la presión que actúa en la pared interna del tubo?

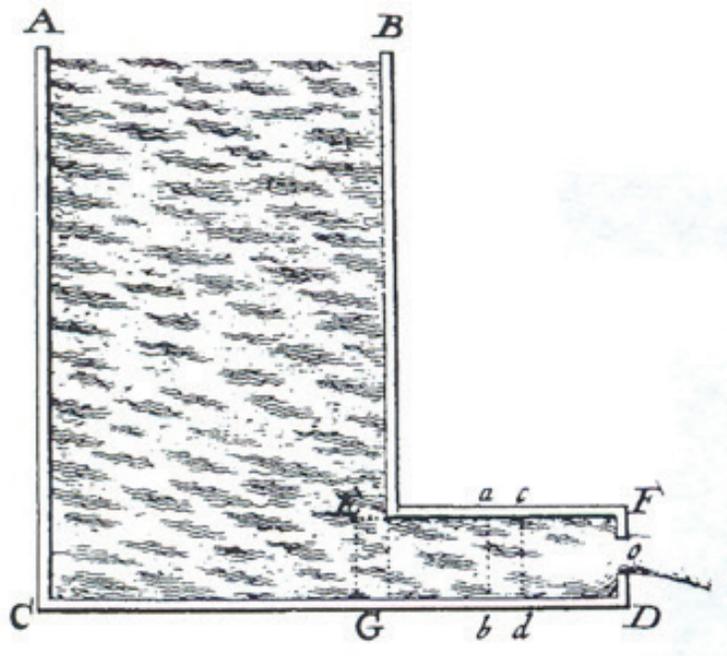


Figura 2.21. Esquema utilizado por Daniel Bernoulli para su formulación (Tomada de Visher, 1987)

La solución aunque corta no se presenta porque la aplicación del “principio de las fuerzas vivas” no es fácilmente entendible. Sin embargo el resultado fue:

$$\text{Carga de presión} + \frac{v^2}{2g} = H \quad \text{Ecuación 2.6.}$$

Donde  $v$ , es la velocidad del agua en el tubo;  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $H$ , es altura desde la superficie del agua hasta el chorro de salida. Actualmente la ecuación anterior, se presenta como sigue.

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = H \quad \text{Ecuación 2.7.}$$

Derivado de la ecuación anterior, Levi hace la siguiente aclaración:

Daniel no fue capaz de presentar esta forma de la ecuación porque no manejaba el concepto moderno de presión; fue su padre Johann y Leonhard Euler quienes posteriormente desarrollaron el concepto. Lo importante, para nuestro caso, es que de su ecuación, Daniel obtiene varias conclusiones, indica que su fórmula permite explicar el famoso corolario 2 de la proposición 36 de Newton.

“Me parece –indica– que la disputa debe conciliarse como sigue; cuando el agua ha alcanzado un movimiento uniforme, lo que seguramente es la suposición de Newton, entonces esa fuerza se define correctamente por una doble altura; pero al principio del escurrimiento, cuando la velocidad crece, la fuerza que induce al agua a salir crece simultáneamente, para alcanzar finalmente la magnitud asignada por Newton”.

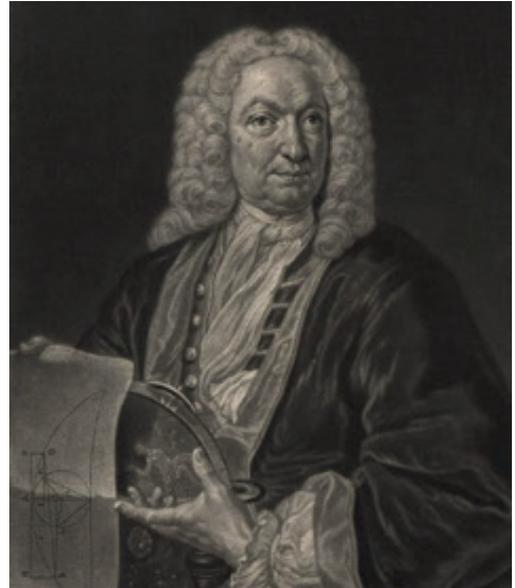


Figura 2.22. Johann Bernoulli  
(Tomada de alexmonrzig.wordpress.com)

La presentación actual de la ecuación de Bernoulli es la versión propuesta por el padre de Daniel, Johann Bernoulli (1667-1748) quien también se interesó en la cuestión del orificio. En el libro de su hijo Daniel (Hidrodinámica) se encuentra una enorme cantidad de material cuya presentación es poco metódica, especialmente en lo que se refiere al tratamiento teórico; lo que debió desagradar la mentalidad matemática del padre, quien con razón se habría sentido impulsado a proponer otra presentación, más sintética y rigurosa; y lo logró. Johann no explica la doble columna, pero por primera vez introduce conceptos importantes: los de transición, separación del flujo en cambios de sección y el muy importante concepto moderno de presión. Utiliza, además, un sistema coordenado.

Su propuesta final es lo que ahora se llama “ecuación de una línea de corriente”, tanto para régimen permanente como para régimen variado. Para su deducción utiliza el diagrama de flujo de la Figura 2.23, nótese la diferencia con el diagrama utilizado por Daniel (Figura 2.21).

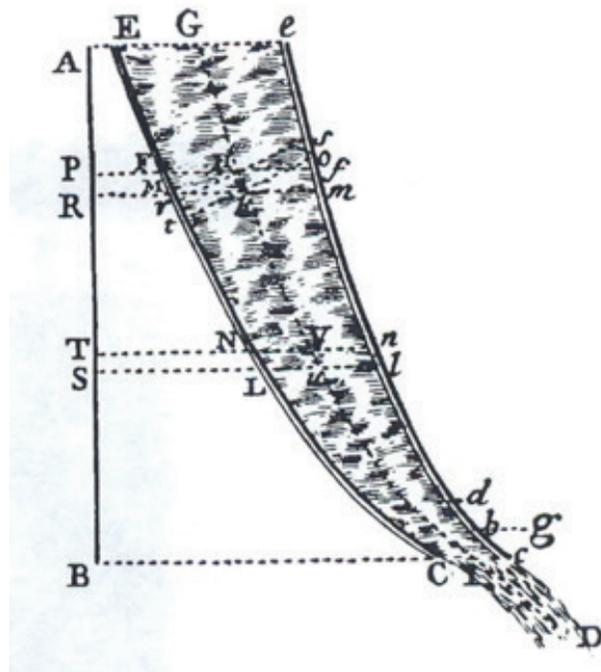


Figura 2.23. Diagrama de flujo de Johann Bernoulli  
(Tomada de Visher, 1987)

La ecuación, en su versión actual, para condiciones de régimen permanente propuesta por Johann es la siguiente.

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z = \text{Constante} \quad \text{Ecuación 2.8.}$$

### 2.3.5. Desavenencias entre padre e hijo.

Debe indicarse que el libro de Johann donde aparece la deducción de la ecuación se llamó *Hidráulica, ahora descubierta por primera vez y demostrada directamente a partir de fundamentos puramente mecánicos*, y fue fechado en 1732 (así aparece en la portada, ver Figura 2.24), sin embargo fue realmente impreso en 1743. Este libro causó tremenda contrariedad a Daniel ya que su padre no hace mención alguna de sus trabajos. Recuérdese que el libro "Hidrodinámica" de Daniel apareció en 1738 y por supuesto que su padre lo conocía.

# JOHANNIS BERNOULLI HYDRAULICA

Nunc primum detecta ac demonstrata directe ex  
fundamentis pure mechanicis.

ANNO 1732.

Figura 2.24. Portada del libro de Johann  
Bernoulli  
(Tomada de Visher, 1987)

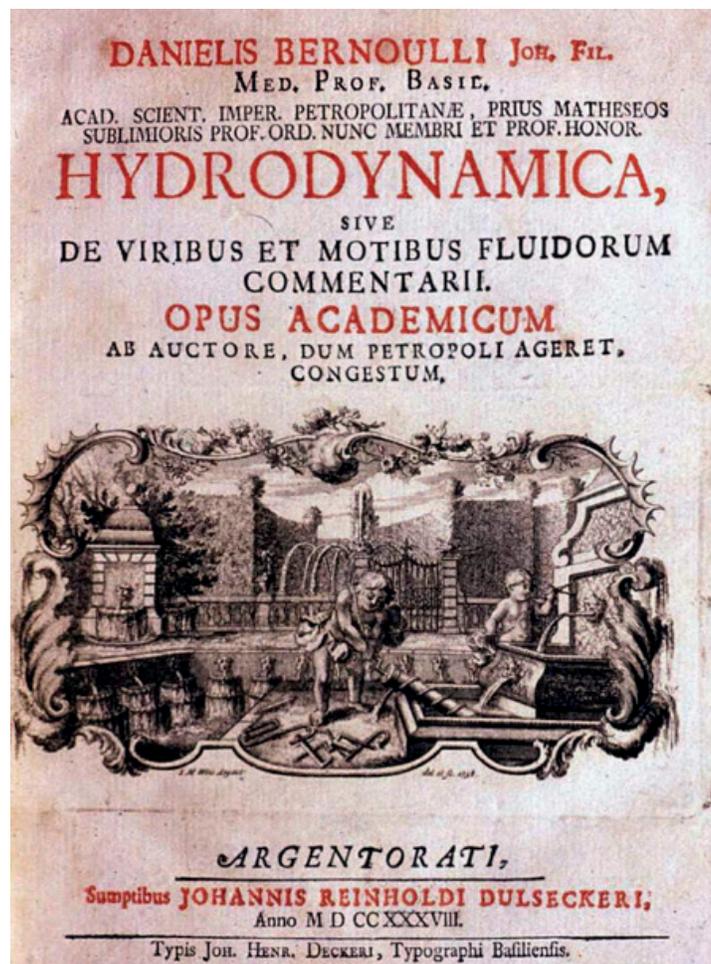


Figura 2.25. Portada del libro de Daniel  
Bernoulli  
(Tomada de Visher, 1987)

Otro punto de reflexión interesante es que la presentación actual de la ecuación de Bernoulli y su teorema, se ha atribuido a Daniel; sin embargo, parece más apropia-

do acreditarlos a Johann más que a Daniel, ya que Johann interpretó más convenientemente el fenómeno y dedujo la presentación actual de la ecuación (Vischer, 1987).

## 2.4. Historia del concepto y la ecuación de cantidad de movimiento.

La historia de la ecuación de cantidad de movimiento y su concepto, tiene un desarrollo muy interesante, dado que se concibió originariamente como una idea teológica, y la manera de explicarlo, desde este punto de vista, plantó las bases físicas de su posterior desarrollo y planteamiento técnico definitivo.

### 2.4.1. Los griegos.

La historia comienza con los primeros estudios sobre el movimiento. La cultura griega fue la primera en la que registran reflexiones sobre este tema. Matallana, Duarte y Fonseca (2006) dicen que dichas reflexiones “se centraron fundamentalmente en registrar los cambios de posición que describían los objetos celestes o cuerpos como las estrellas y los planetas”. También indican que aunque había una interacción cotidiana del ser humano con los fenómenos naturales, se aprendía de manera práctica, pero no se conocía o no se daba explicación del porqué sucedían

Matallana et al (2006) también mencionan, como un ejemplo, que “un arquero sabía lanzar una flecha para que cayera en un punto o a una distancia determinada, pero no sabía dar razón de porqué cae la flecha o porqué describe una trayectoria parabólica”.

Lo importante para nuestro caso, es que los griegos iniciaron las reflexiones sobre el movimiento aunque solo atendieron el movimiento de los astros sin considerar las causas de tal movimiento.

## 2.4.2. Aristóteles e Hiparco de Rodas.

Entre los griegos, Aristóteles hizo aportes al movimiento, consideraba que éste se dividía en movimiento celeste y movimiento terrestre. El primero, obviamente era el de todos los cuerpos celestes y aquí se hace el primer aporte importante para la historia de la cantidad de movimiento al considerar que la causa principal del movimiento celeste es Dios, él es el motor o causante principal del movimiento celeste. (Matallana et al. 2006).

La ingeniosa pero fantástica explicación aristotélica del movimiento de los proyectiles fue criticada inicialmente en el siglo II AC por Hiparco de Rodas (Hoyos, 2001) quien propuso una teoría alternativa que unificaba la explicación del movimiento *natural* y el *forzado*, según la cual en el lanzamiento de un objeto se le imprime una fuerza interna (ímpetu) que la hace mover mientras tal fuerza sea más poderosa que la tendencia natural del cuerpo hacia abajo; a medida que transcurre el movimiento, disminuye la virtud o fuerza impresa en el cuerpo hasta que se equilibra con el peso del cuerpo y éste comienza a caer.

Aquí se hace notar el surgimiento de otro aporte importante al concepto de cantidad de movimiento: el ímpetu, como algo que acompaña al móvil en su recorrido.

## 2.4.3. Edad Media.

Según Matallana et al (2006) no es sino hasta el siglo VI que las ideas sobre el movimiento resurgen en la escena científica. Juan Filopón (490-566) realiza una crítica a las teorías de Aristóteles respecto al movimiento de proyectiles, utilizando el concepto de ímpetu (impulso), como ya se ha mencionado, fue tomado del astrónomo Hiparco de Rodas.

La teoría del ímpetu consiste en que cualquier proyectil que se ha lanzado lleva consigo algo impreso que constituye la fuerza motriz de éste. Tal ímpetu permite al proyectil continuar su movimiento una vez que ha dejado

de actuar el motor. Es una especie de cualidad, potencia o virtud que se le imprime al móvil, de allí su asociación con el motor.

Otra vez pasa mucho tiempo, hasta el siglo XIV, el fraile franciscano Guillermo de Ockham (1280-1389) asignó a los objetos móviles una propiedad responsable de la persistencia de su movimiento. Así por ejemplo, una flecha debía transportar lo que él llamo una cierta “carga”, cuya posesión aseguraba la continuidad de su movimiento. Esta idea fue defendida posteriormente por su discípulo Jean Buridan (1300-1358), quien formuló una noción de inercia intentando explicar el movimiento con la “teoría del ímpetus” y, consideró que la “carga” que transportaban los objetos móviles, como proyectiles, debía ser proporcional al peso del proyectil por alguna función de su velocidad (Matallana et al. 2006). Aquí surge la primera propuesta formal aproximada del actual cálculo de la cantidad de movimiento.



## 2.4.4. Rene Descartes (1596–1650).

Con Descartes surge el término “cantidad de movimiento” independientemente de su forma de calcularse. Según Alvarez (2002) para Descartes el principio de todo es Dios, y claro que el inicio del movimiento también. Pero por el contrario a la opinión de Aristóteles quién creía que la creación divina y su intención del movimiento de los objetos, los acompañaba mientras se movían, para Descartes al crear Dios el movimiento lo creo para siempre, y no era ya necesaria su intervención para que las cosas siguieran moviéndose. De tal manera que la afirmación más importante que puede extraerse de las opiniones de Descartes es que si Dios quiere algo, lo quiere para siempre, así que la combinación de objetos con movilidad es, en suma, la misma cantidad siempre; es decir, la cantidad de movimiento en el universo es la misma desde la creación divina hasta nuestros días.

Aquí surgió un tema muy importante para la mecánica: la conservación de la cantidad de movimiento, y ello dio inicio a una gran cantidad de reflexiones y estudios en los que la teoría de choques explica como los objetos al chocar transmiten o reciben cantidad de movimiento siempre y cuando formen parte de un sistema. Lo interesante y anecdótico es que el tema surge como una explicación teológica y ello dio pie a un importante y útil tema de la física. En este tema de los choques se tuvieron importantes aportes de grandes pensadores: Leibnis, Nicolás de Malebranche, Edmé Mariottey Christian Huygens.

## 2.4.5. Isaac Newton (1642–1727).

Para concluir el tema se menciona lo indicado por Matallana et al (2006)

Más de 40 años después de Huygens, Isaac Newton daba comienzo a sus Principia, definiendo, una después de otra, “cantidad de materia” y “cantidad de movimiento”. Con respecto a esta última, escribía: “Definición II: La cantidad de movimiento es la medida del mismo, que resulta de la velocidad y la cantidad de

materia juntas. El movimiento del conjunto es la suma de los movimientos de todas sus partes y, por tanto, en un cuerpo doble en cantidad, con igual velocidad, el movimiento es doble; con velocidad doble, es cuádruple.”

Así queda establecido el concepto de cantidad de movimiento y su forma de calcularse: la cantidad de movimiento resulta de la combinación velocidad y de la cantidad de materia juntas, y la forma de calcularla es la multiplicación de ambas, considerando a la cantidad de materia justamente como la masa. Se debe tomar en cuenta que dicha cantidad de movimiento se mantiene constante en la interacción de cuerpos u objetos que conformen un sistema.



# HIDRÁULICA BÁSICA

HISTORIA, CONCEPTOS PREVIOS Y ECUACIONES

# Las estructuras cognitivas de las ecuaciones principales de la hidráulica

Como ya se ha mencionado, es muy importante para el aprendizaje que el alumno ya posea ciertos conocimientos para adquirir otros nuevos. Así, para que se comprendan mejor los conceptos que se relacionan con las ecuaciones de la hidráulica básica, es necesario poseer conocimientos previos que debieron adquirirse en los cursos de niveles anteriores.

Para indagar sobre cuáles deben ser esos conocimientos previos e incluso para repasarlos, se introduce aquí la idea de las estructuras cognitivas de las ecuaciones de la hidráulica.

Se hace una advertencia necesaria: la conformación de las estructuras cognitivas aquí propuestas, no es definitiva. El lector bien puede hacer el ejercicio de construir sus propias estructuras. Puede "bajar" más en los conocimientos previos o considerar algunos conocimientos previos no mencionados de manera específica en este texto.

## 3.1. La estructura cognitiva de la ecuación fundamental de la hidrostática

Se puede construir "ingenierilmente" una estructura cognitiva a manera de muro o barda (Figura 3.1) en la que los conceptos de los bloques superiores tienen so-

porte cognitivo en conceptos de bloques inferiores. Los términos “superiores” e “inferiores” se usan sólo para hacer referencia en el esquema. La estructura que se propone se acompaña de un texto para describir la ecuación, dicho texto habla del agua en estado líquido y en reposo; con ello se tiene la intención de enriquecer didácticamente la estructura.

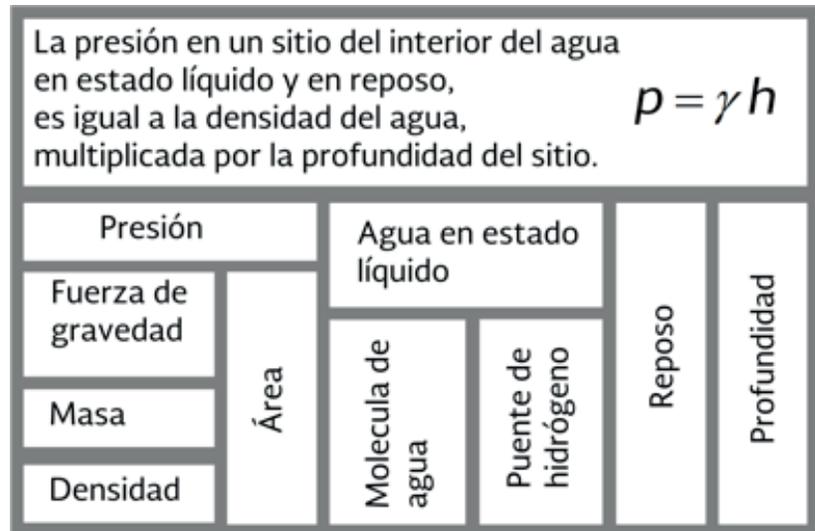


Figura 3.1. Estructura cognitiva de la ecuación fundamental de la hidrostática

#### Advertencia:

Se ha cambiado la palabra “punto” del texto original, por la palabra “sitio”; ello para evitar la contradicción física de la existencia de presión en un punto. A saber: la presión se define como una fuerza entre un área, al usarse la palabra “punto” se cae en contradicción dado que un punto no tiene longitud, sólo tiene ubicación; por lo tanto, en un punto no se puede conformar un área.

Con el esquema de la Figura 3.1 se pueden visualizar todos los conceptos previos de la ecuación. Se asume que no se tienen disponibles los conceptos previos por lo que se trabajará con todos ellos. Comenzando a la izquierda y abajo se puede iniciar con lo que es la *densidad*. Antes se hace la aclaración que el concepto *reposo* no requiere mayor tratamiento.

#### Densidad

Es la cantidad de masa, por unidad de volumen. Se puede interpretar esta definición como el grado de compactación de un material. Mayor cantidad de masa en igual cantidad de volumen equivale a mayor densidad (IQúimicas 2012).

### Masa

El concepto más común de la masa es el siguiente: cantidad de materia que contiene un cuerpo (IQuímicas, 2012). Generalmente se asocia con el tamaño, pero también tiene que ver con la densidad. Algunos objetos tienen mucha masa porque son muy grandes, otros tienen mucha masa porque son muy densos. Los objetos más densos conocidos en el universo son los llamados "agujeros negros".

### Fuerza de gravedad

Es conveniente definir primeramente el concepto "fuerza" sin decir si es de gravedad o no, así puede decirse que una *fuerza* en general, es la manifestación de la interacción entre los cuerpos. Dicha manifestación es o bien, una deformación de uno de los cuerpos o de los dos, o bien la modificación del estado de reposo o movimiento de uno de ellos.

Para hablar de la gravedad se mencionará que en física se reconocen cuatro interacciones fundamentales entre partículas: gravitatoria, electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil (Oesterman y Moreira 2000). Para este caso se propone mencionar solamente la gravedad y la interacción electromagnética. La necesidad de tocar el tema de la gravedad es obvio; el considerar la interacción electromagnética no es obvio, pero sí imprescindible y se verá más adelante.

También se aclara que la definición de gravedad será la definición Newtoniana (la definición de Albert Einstein no es necesaria). La gravedad es la interacción que atrae a todos los objetos entre sí.

La causa de la gravedad no tiene una explicación convincente –se ha dicho que se debe al intercambio de una partícula elemental llamada "gravitón" pero no se ha demostrado su existencia- solamente se sabe que toda materia dispersa tiende a juntarse y dicha atracción está directamente relacionada con la masa y con la distancia a la que están dichos cuerpos. Cuando mucha materia se ha juntado adquiere más masa y consecuentemente tiene más atracción. Mucha masa tiene mucha atracción, poca masa, tiene poca atracción.

Nuestro planeta atrae a todos los cuerpos que están en su superficie. Estrictamente hablando, los cuerpos sobre la superficie de la tierra también atraen al planeta y a los otros cuerpos que también están sobre la superficie, pero al ser su masa despreciable respecto de la masa de la tierra, ante nuestra percepción solamente la tierra atrae a los objetos. Para fines ingenieriles se considera que los cuerpos no se atraen entre ellos, solamente la tierra los atrae y se considera, además, que todos los cuerpos están sujetos a la atracción de la tierra sin importar su distancia a ella.

### Área

En principio se utiliza la definición siguiente: *área* es el nombre que se le ha dado a una medida que considera el tamaño de la extensión de una superficie. El concepto más intuitivo se tiene si se considera una superficie plana, a diferencia de una superficie curva; y para nuestro caso sólo se considerará plana; y aún más intuitivo es considerar a las superficies como "cuadritos" además de planos.

### Molécula de agua

Es conveniente tener claro el concepto de molécula porque es un concepto clave para comprender el comportamiento del agua en cualquiera de sus estados. El concepto de molécula está bien establecido en el ámbito de la química. Toda la materia del universo está constituida por átomos y éstos se unen para formar moléculas. Para nuestro caso, el agua es una molécula formada por un átomo de oxígeno y dos átomos de hidrógeno (Deltawerken, 2004). Se puede imaginar al agua formada por moléculas como tres esferas, una grande de oxígeno y dos pequeñas de hidrógeno (Ver Figura 3.2).

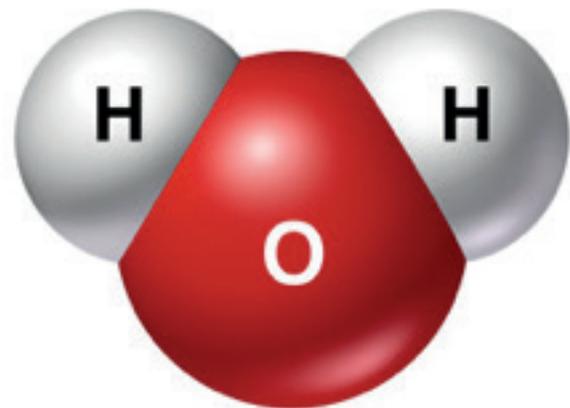


Figura 3.2. Representación de una molécula de agua (tomada de <http://www.joaquinrodriguezpiaya.es/>)

Ya se ha mencionado que se reconocen cuatro interacciones fundamentales en el universo: la fuerza de gravedad, la fuerza electromagnética y las fuerzas nucleares fuerte y débil. Para la hidráulica son importantes la gravedad y la fuerza electromagnética. La fuerza electromagnética es la responsable de la interacción entre las partículas con carga eléctrica y, por extensión, de todas las reacciones químicas (y, por consiguiente, de todos los fenómenos biológicos). Actúa sobre todas las partículas cargadas eléctricamente. Es de naturaleza atractiva o repulsiva y su alcance es prácticamente infinito (Román, 1999).

Se considera que para ser un concepto previo de "agua en estado líquido" será suficiente con informar que la fuerza electromagnética es la responsable de la formación de las moléculas y de su interacción con otras moléculas del mismo elemento. Como se verá más adelante.

Se considera adecuado este nivel de profundidad dado que el presente texto está dedicado a alumnos o ingenieros civiles, que si bien deben tener el conocimiento de la conformación básica del átomo, no son estudiantes de química.

#### Puente de hidrógeno

Ya se ha dicho que la molécula de agua tiene dos hidrógenos y un oxígeno. En seguida se transcribe lo que indica Porto (sin año).

La existencia de cargas eléctricas parciales permite que se establezcan interacciones electrostáticas entre moléculas de agua vecinas: las cargas parciales de signo contrario situadas en una y otra molécula se atraen mutuamente. Este tipo particular de interacción electrostática se conoce con el nombre de puente de hidrógeno (Figura 3.3).

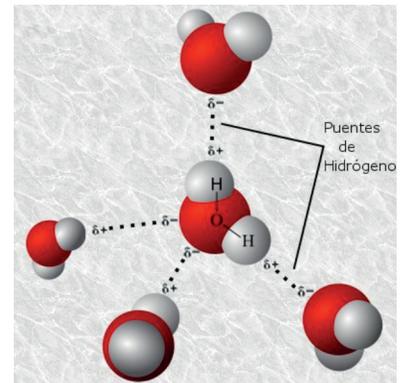


Figura 3.3. Puente de hidrógeno

Este puente de hidrógeno es muy importante dado que es la clave del comportamiento del agua.

#### Agua en estado líquido

El comportamiento del agua en sus tres estados es función del puente de hidrógeno. Cuando la temperatura es baja (debajo de los cero grados centígrados) los puentes de hidrógeno se "establecen" y se alargan un poco, de esta manera, la estructura del agua en forma de hielo es debida a la estructura formada por las moléculas unidas por los hidrógenos y al alargarse el puente de hidrógeno el agua así formada se vuelve menos compacta. El hielo es duro pero menos denso que el agua líquida, es por eso que flota.

El agua en estado gaseoso es el agua que bajo temperaturas altas (arriba de 100 grados centígrados) tiene esa virtud volátil porque los puentes de hidrógeno no se establecen y las moléculas del agua "vuelan" libres unas entre otras sin unirse.

Y el agua en estado líquido está en "medio", se puede decir que ni está pegada ni despegada. Los puentes de hidrogeno se establecen sólo de manera transitoria y su duración es de apenas unos *picosegundos*<sup>1</sup> (García, 2011). De esta manera el agua en estado líquido está pegada, pero despegada simultáneamente. Esto es la clave de su comportamiento. Bajo esta circunstancia es que se da la viscosidad y

1 El *picosegundo* es la unidad de tiempo que equivale a la billonésima parte de un segundo, y se abrevia *ps*.  $1 \text{ ps} = 1 \times 10^{-12} \text{ s}$

bajo esta circunstancia es que las moléculas se empujan sin unirse y no soportan esfuerzos tangenciales. Una masa de agua escurre sobre otra, generándose alguna interacción, viscosidad y vorticidad, pero sin detenerse; por la misma razón las moléculas de agua se empujan unas a otras transmitiendo las fuerzas externas - como la gravedad, por ejemplo, en todas las direcciones- y por la misma razón el agua es prácticamente incompresible. Así de importante es el puente de hidrógeno en las moléculas de agua.

Figura 3.4. Estructura molecular de los estados del agua, papel de los puentes de hidrógeno (tomado de <http://nutricioncuv.blogspot.com>)



### Presión

No tiene caso hablar del concepto de presión si no se distingue entre sólidos y líquidos. Se comenzará hablando de la presión en los sólidos. Se recurrirá al acostumbrado ejemplo de una columna colocada en el suelo. Se requiere saber, por cuestiones de construcción, cuánto "empuja" la columna al suelo, para saber si éste resistirá o la columna se hundirá. De manera casi instintiva se considera que este "empuje" tiene relación con el peso de la columna y con el área de contacto entre columna y suelo. Es bastante lógico suponer que de esta manera, se definió a la presión, y así se le calcula: como el cociente de una fuerza entre un área.

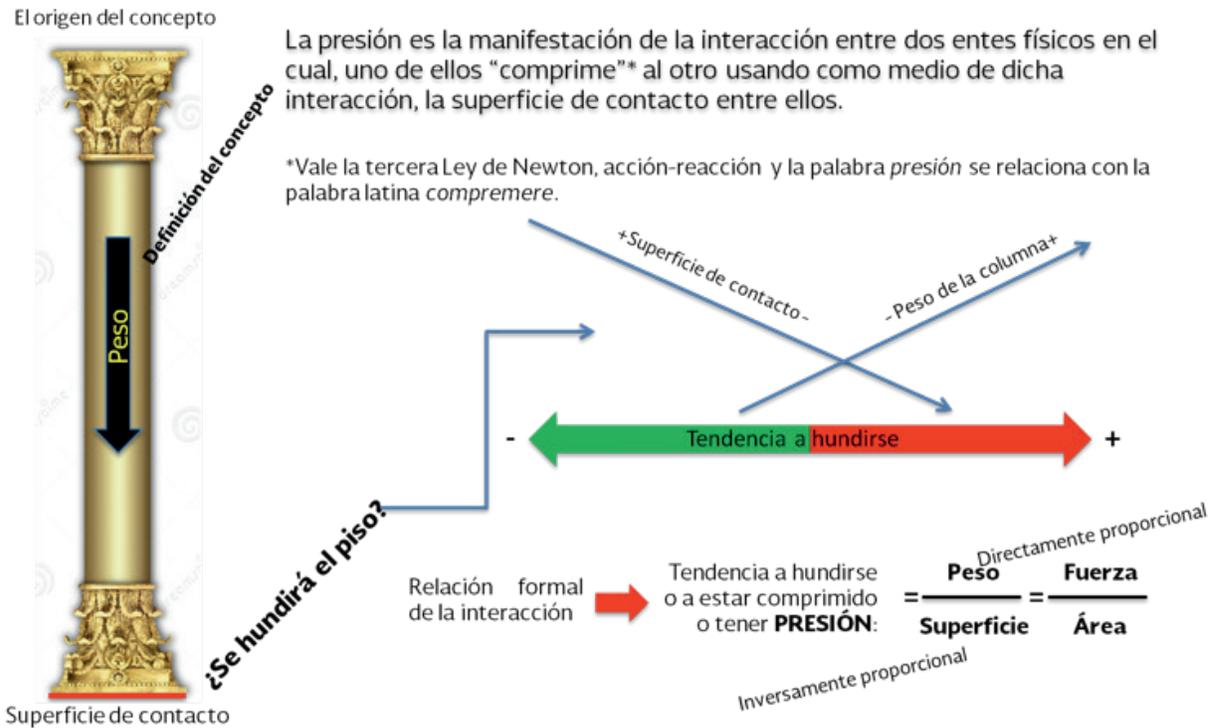


Figura 3.5. ¿Qué es la presión? Origen del concepto y desarrollo de la fórmula.

Se hace notar que, dada la supuesta intención de conocer el empuje de la columna sobre el suelo, no tiene ningún sentido considerar solamente el peso de la columna; ésta puede pesar mucho o poco, pero si no se considera el área de contacto no tiene sentido hablar de ello. Una fuerza es esencialmente una interacción entre cuerpos o entidades físicas; en el caso de la fuerza, que es el peso de la columna, el medio físico de la interacción entre los objetos físicos es la superficie de contacto entre la columna y el suelo.

En hidráulica, o tratándose de cualquier fluido, debiera usarse la palabra "presión" acompañándola invariablemente del tipo de líquido o fluido considerado. Claro que la presión en los líquidos y en los sólidos tiene varias características comunes, por ejemplo, obsérvese la Figura 3.5. Se tiene un recipiente con agua, lo cual no es nada imaginario y totalmente factible. Sumérganse varios tubos abiertos por ambos extremos y con diferentes diámetros, diferentes longitudes y a diferentes profundidades; nómbrense de izquierda a derecha con las letras del alfabeto en su orden usual.

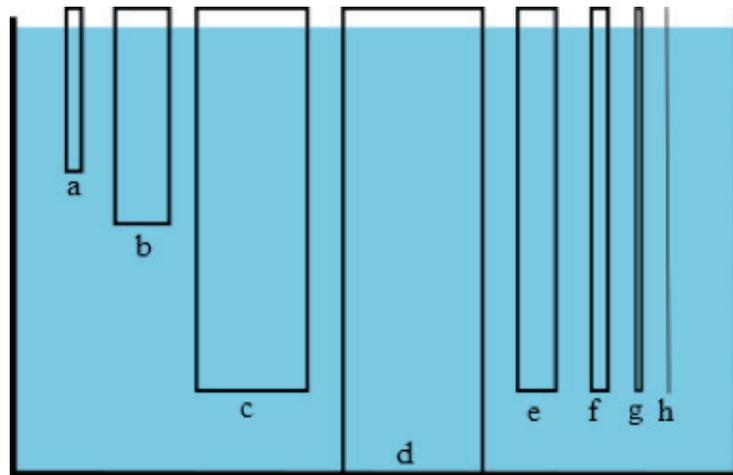


Figura 3.6. Presión en la parte baja de varios tubos sumergidos en el agua.

Ya se ha dado la definición de presión:

La presión es la manifestación de la interacción entre dos entes físicos en la cual, uno de ellos "empuja" al otro usando como medio de dicha interacción, la superficie de contacto entre ellos.

De esta manera, queda establecido que los dos elementos considerados son una fuerza y una superficie, relacionados funcionalmente por un cociente: la fuerza como dividendo y el área como divisor.

Si el recipiente, el agua y los tubos están sujetos al campo gravitacional terrestre, se puede imaginar que dentro de cada tubo se tiene una columna de agua que empuja al agua que está justo en la salida del tubo. Dicha salida del tubo representa un área de contacto entre el agua de la columna y el agua fuera del tubo. Es claro que se tiene un empuje en la base de cada tubo y que el agua en el recipiente "soporta" dicho empuje, dado que no se tiene circulación. ¿Cuál es la causa del empuje de la columna y de la aparente resistencia del agua? Tienen el mismo origen, la gravedad terrestre.

Supóngase que el tubo *a*, tiene un diámetro interno de una pulgada y una longitud de 30 cm. ¿Cuál es valor de la presión en la parte baja del tubo? Atiéndase al desarrollo siguiente:

Tabla 3.1. Cálculo de la presión en la parte baja de un tubo sumergido en un recipiente

Explicación	Fórmulas y cálculos	Unidades
La presión ( $P$ ) es fuerza ( $F$ ) sobre área ( $A$ ):	$P = \frac{F}{A}$	N/m <sup>2</sup>
La fuerza es el peso ( $W$ ) de la columna:	$F=W$	N
Por la segunda ley de Newton, el peso es la multiplicación de la masa ( $m$ ) por aceleración de la gravedad ( $g$ ):	$W=mg$	N
La masa es la multiplicación de la densidad ( $\rho$ ) por el volumen ( $Vol$ ). La densidad del agua se puede tomar como 1000 kg/m <sup>3</sup> :	$m=\rho Vol$	Kg
El volumen es el área por la longitud ( $l$ ) Diámetro: 0.5 pulgadas y longitud: 30 cm	$Vol=(A)(l)$	m <sup>3</sup>
Asignando valores se encuentran las siguientes magnitudes:	$Vol=3.80031E(-5)$	m <sup>3</sup>
	$m=0.03800306$	Kg
	$W=0.37281003$	N
	$P=2,943.00$	N/m <sup>2</sup>

Ahora, si los tubos tuviesen las siguientes dimensiones se tendrían las presiones que se presentan en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Diferentes presiones para diferentes tubos

Tubo	Diámetro (Pulg)	Longitud, cm	Presión (N/m <sup>2</sup> )
a	0.5	30	294.3
b	2	40	392.4
c	3	60	588.6
d	4	70	686.7
e	1	60	588.6
f	0.5	60	588.6
g	0.1	60	588.6
h	0.000000001	60	588.6
---	0	60	Error: División por cero

Puede apreciarse fácilmente que el área no importa, se tendrá la misma presión, siempre y cuando se tenga un valor del área, si se considera un área cero, el valor de la presión no se puede calcular (se obtiene división por cero).

Veamos qué pasa con una pila o varias pilas de cubos de concreto. Por simplicidad se eligen cubos de concreto de 1 m de arista; es decir, cubos con un volumen de un metro cúbico.

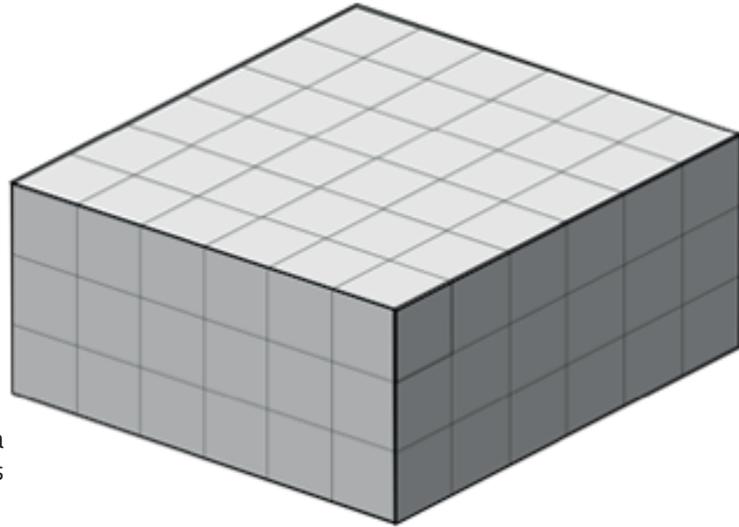


Figura 3.7. Presión en la parte baja de pilas de cubos

Tabla 3.3. Cálculo de la presión en la parte baja de una pila de cubos de concreto

Explicación	Fórmulas y cálculos	Unidades
Considerando toda la parte baja del grupo de cubos. La presión ( $P$ ) es fuerza ( $F$ ) sobre área ( $A$ ):	$P = \frac{F}{A}$	N/m <sup>2</sup>
La fuerza es el peso ( $W$ ) de todo el grupo de cubos.	$F=W$	N
El peso es la multiplicación de la masa ( $m$ ) por aceleración de la gravedad ( $g$ ):	$W=mg$	N
La masa es la multiplicación de la densidad ( $\rho$ ) de los cubos por el volumen ( $Vol$ ). La densidad del concreto se puede tomar como 2350 kg/m <sup>3</sup> :	$m=\rho Vol$	Kg
En este caso, el volumen es el número de cubos	$Nc06X6X3=108$	m <sup>3</sup>
La masa es la densidad por el volumen	$m=\rho Vol=2350X108=253800$	kg
El peso es la masa por la aceleración de la gravedad ( $g$ )	$W=mg=253800X9.81=2489778$	N
La presión, finalmente es $W/A$	$P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A} = \frac{2489778}{36} = 69160.5$	N/m <sup>2</sup>

Y este mismo valor de la presión se encuentra usando una sola pila de cubos, o 4 pilas o 20 pilas o las que sean, siempre y cuando se mantenga la pila con una altura de tres cubos. De la misma manera que la presión en el agua.

Entonces, ¿qué hace que la presión sea distinta en el agua o en los sólidos?

Ya se ha mencionado a la fuerza de gravedad anteriormente. Por otro lado, se sabe que el agua en estado líquido permanece unida gracias a los enlaces entre las moléculas que la componen mediante una unión a la que se le llama *punto de hidrógeno*. Esta unión se establece sólo durante un instante (literalmente), permanece y desaparece sólo por unos cuantos picosegundos, o sea por unas cuantas billonésimas de segundo. Esta característica hace que se pueda decir que las moléculas de agua están prácticamente pegadas y despegadas al mismo tiempo.

Afirmación:

La fuerza de gravedad atrae a las moléculas hacia el centro de la tierra y el enlace de hidrógeno hace que las moléculas estén pegadas entre ellas, pero al mismo tiempo, despegadas.

Si se observa la Figura 3.8, se puede hacer la siguiente analogía: la persona encima de la pelota representa la fuerza de gravedad que empuja a la pelota hacia abajo, la pelota no puede avanzar porque tiene el suelo debajo ¿hacia dónde se deforma a pelota? Claramente puede observarse que lo hace hacia los lados.



Figura 3.8. ¿Hacia dónde se extiende la pelota si se le aplica una presión arriba?  
(Tomada de [www.azulfabiola.com](http://www.azulfabiola.com))

Así puede imaginarse lo que pasa con las moléculas del agua: la fuerza de gravedad jala a las moléculas hacia abajo, y las moléculas empujan hacia los lados, ya que no pueden moverse hacia abajo por la presencia de las moléculas inferiores o el fondo del recipiente que contiene al agua. Lo anterior provoca que el comportamiento de la presión en los líquidos sea diferente que en los sólidos. Mírese nuevamente el conjunto de cubos de concreto (Figura 3.6) ¿Cómo es la presión en el centro del conjunto? Así planteada, la pregunta no tiene sentido; en cambio se puede preguntar: ¿qué presión se tiene en la unión entre los cubos de concreto? Eso se puede contestar así: si las caras son horizontales sólo depende del número de cubos que tenga encima, y en las caras verticales no se tiene presión.

En planos horizontales se tiene la similitud que la presión es la misma tanto en los sólidos como en los líquidos, pero en los sólidos la presión en planos horizontales, sólo tiene sentido si se tienen superficies en contacto entre los sólidos individuales. En un único cubo de concreto en contacto con el suelo, tiene sentido hablar de presión sólo en la superficie de contacto con el suelo.

Finalmente, para terminar con la explicación de lo que debe entenderse como “presión en el agua”, se menciona que la fuerza de gravedad es la que provoca las fuerzas internas entre las moléculas de agua. Se pueden “apilar” las moléculas de agua y las de arriba son atraídas por la gravedad, lo que provoca que “empujen” a las de abajo de la misma manera que una pila de cubos de concreto, y de la misma manera, las moléculas y los cubos, mientras más abajo están, más empuje reciben de las de arriba, es decir, soportan cada vez más peso. Pero en el agua, el “peso” o “empuje” de las moléculas de agua, se transmite también hacia los lados; y en general, hacia todas las direcciones, incluso hacia arriba.

La necesidad de conocer el efecto de la fuerza es lo que conduce a usar la presión, por una causa muy simple: la interacción entre la fuerza y el objeto sobre el que actúa es una superficie. No se puede revisar el efecto de la fuerza si no se usa dicho elemento de interacción y ese elemento es el área. ¿Cómo se puede cuantificar el efecto de la fuerza sobre un objeto sumergido en el agua? De la misma manera se pregunta: ¿Cómo se puede saber si el suelo soportará la pila de cubos de concretos sin considerar la superficie de contacto?

Las fuerzas en el interior del agua se deben a la gravedad y su efecto se da en dimensiones moleculares, pero no tiene sentido ni utilidad, analizar las fuerzas a nivel molecular. Lo conveniente son análisis en dimensiones cotidianas: centímetros o metros, entonces, si la fuerza de gravedad se manifiesta en porciones moleculares ¿qué molécula se usará para analizar el efecto de su fuerza? Se deben usar todas las moléculas presentes en la dimensión del orden de centímetros o metros. Surge así, naturalmente, la necesidad de encontrar una relación funcional entre fuerza y área, resultado: la presión.

Definición:

La presión en el agua en estado líquido y en reposo, es la relación funcional entre las fuerzas existentes en el interior, causadas por la gravedad, y una superficie sobre la que se desea conocer el efecto de dichas fuerzas. La relación funcional es el cociente, donde la fuerza es el dividendo y el área es el divisor.

#### Profundidad

Continuando con el recorrido de la Figura 3.1, toca el turno al tratamiento del concepto de *profundidad*. En realidad, se trata de algo simple pero es importante que se tenga en cuenta que es la distancia desde la superficie del agua hasta el sitio de interés.

## 3.2. La estructura cognitiva de las ecuaciones de continuidad y gasto

La estructura cognitiva de las ecuaciones de continuidad y gasto equivale a identificar y ubicar los conceptos previos de cada una. En la Figura 3.9 se presenta tal estructura.

#### Principio de conservación de la materia

También se puede decir "conservación de la masa". En mecánica del medio continuo, se acepta la hipótesis de que ante cualquier transformación, la materia siempre se

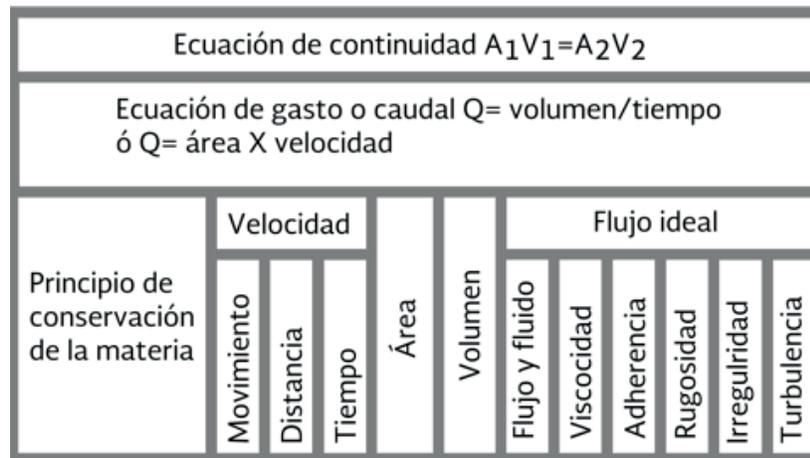


Figura 3.9. Estructura cognitiva de los conceptos de continuidad y gasto

conserva: ni se pierde, ni se crea (Figuroa et al, 2010). Esto puede parecer hasta obvio, pero para cuestiones hidráulicas se puede decir que el agua que pasa por un tubo, canal o cualquier conducción no se hará más o menos siempre y cuando no tenga aportes o extracciones.

### Movimiento

En mecánica, el estudio del movimiento es un apartado extenso. Este concepto es intuitivamente simple, pero su reflexión ya no lo es tanto. Afortunadamente, se recuerda que se está trabajando en hidráulica y se puede decir que el movimiento es un cambio de posición en el espacio de algún tipo de materia de acuerdo con un observador físico (Wikipedia). Adviértase la complicación inherente en la explicación del concepto. El lector debe reflexionar sobre esto mismo: ni siquiera parece necesario explicar el concepto, pero si se pide una definición del mismo, se verá que el tema es más complicado de lo que parece.

### Distancia

Al igual que el concepto anterior, resulta curioso que algunas explicaciones de temas comunes no sean tan sencillas. La distancia es uno de esos temas. Tal vez el concepto se comprenda si se dice que la distancia simplemente es "el tamaño del espacio entre dos sitios".

### Tiempo

El tiempo es una magnitud física con la que medimos la duración o separación de acontecimientos, sujetos a cambio, de los sistemas sujetos a observación; esto es, el período que transcurre entre el estado del sistema cuando éste presentaba un estado X y el instante en el que X registra una variación perceptible para un observador (o aparato de medida). Todas las teorías físicas permiten, fijado un evento, clasificar a los eventos en: (1) pasado, (2) futuro y (3) resto de eventos (ni pasados ni futuros). La clasificación de un tiempo presente es debatible por la poca durabilidad de este intervalo que no se puede medir como un estado actual sino como un dato que se obtiene en una continua sucesión de eventos (Wikipedia).

Se genera en este concepto la contradicción ya mencionada: casi cualquier persona podrá tener una noción intuitiva del concepto "tiempo", pero se verá en dificultades si se trata de reflexionar sobre el mismo.

### Velocidad

Definidos los conceptos de movimiento, distancia y tiempo, se considera no tener problema en entender lo que es la velocidad. La velocidad es el tiempo que tarda un objeto en efectuar un movimiento desde una posición a otra, con la condición de que entre dichas posiciones exista una distancia perceptible. Formulando la definición, para su cálculo simplemente se divide la distancia recorrida entre el tiempo transcurrido.

### Área

Ya se ha manejado el concepto: Área es el nombre que se le ha dado a una medida que considera el tamaño de la extensión de una superficie.

### Volumen

Este concepto también se ha mencionado con anterioridad: el volumen es esencialmente una medida; es la medida del espacio que ocupan los cuerpos.

### Flujo y fluido

Las palabras *flujo* y *fluido*, son maneras formales y técnicas de nombrar al escurrimiento y al líquido (o gas) respectivamente. Un fluido es cualquier elemento que

“fluya”; es decir, que escurra, tal y como sucede con los líquidos y los gases. En hidráulica se puede cambiar el término “fluido” por “agua”; pero el término “flujo” es más común que cualquier otro sinónimo. En la mecánica de fluidos no es correcto hablar de líquidos o gases separadamente, ambos se agrupan en el término “fluido”.

### Viscosidad

La viscosidad es el resultado de la cohesión. Ya se ha hablado de los puentes de hidrógeno que son los responsables del comportamiento del agua en estado líquido. La cohesión es la unión que se establece entre las moléculas de agua y que hace que el agua tenga una pequeña resistencia a fluir. La viscosidad siempre existe pero se manifiesta, y por tanto se puede medir, solamente si el agua se mueve. Esta unión entre las moléculas es la que resiste un poco a que fluya el agua, pero esta pequeña resistencia es la responsable de varios y muy importantes fenómenos en el escurrimiento del agua, que más adelante se explicarán.

### Adherencia

En la mecánica de fluidos, la adherencia es diferente de la cohesión. La cohesión es la tendencia interna de los fluidos a permanecer unidos; y la adherencia es la tendencia de los fluidos a unirse a otro material. Esta es la propiedad por la cual el agua “moja” lo que toca.

### Rugosidad

Este concepto también debiera ser intuitivo ya que es posible darse cuenta cuando una superficie es rugosa, muy rugosa o lisa. Desde el punto de la ingeniería de materiales, la disciplina que estudia la rugosidad de las superficies es la topometría, y técnicamente se define a la rugosidad como “el conjunto de particularidades geométricas naturales o artificiales que caracterizan una superficie” (Hinojosa y Reyes, 2001).

### Irregularidad

Se entiende que las irregularidades en una conducción son algo más grandes que lo que se conoce como rugosidad. Sin que se tenga una medida bien definida, puede decirse que la rugosidad de la pared de un conducto es del orden de milí-

metros y cualquier saliente como una roca o maleza, que sea mayor a un centímetro se considera irregularidad más que rugosidad.

### Turbulencia

El escurrimiento del agua en tubos y canales –los más comunes conductos para el escurrimiento del agua- se produce con muchas alteraciones: codos, válvulas y varios tipos de accesorios en las tuberías; así como piedras y curvas en los canales. El escurrimiento en estos casos se vuelve turbulento. Se trata del agua escurriendo con desviaciones, choques, remolinos, ondas u olas y cualquier comportamiento del agua contrario a un escurrimiento recto y paralelo a las paredes del conducto que lo contiene.

### Flujo ideal

En mecánica de fluidos el concepto de flujo ideal es importante y a la vez imaginario. Para el planteamiento de la ecuación de continuidad se hace la hipótesis (por simplicidad) de que el agua escurre –fluye- en un conducto infinitamente largo, recto, liso y sin ninguna variación en su sección; no tiene ningún tipo de interacción con las paredes del conducto por el que escurre y tampoco existe ninguna interacción entre las partículas de agua. Es decir, el flujo no es turbulento ni viscoso; no se adhiere a las paredes del conducto, y el conducto no tiene rugosidad ni irregularidades. Esta situación es totalmente irreal; sin embargo, para la comprensión del concepto de gasto y de continuidad es conveniente considerarlo así.

Entendidos los conceptos anteriores, se deberá estar en condición de proceder a los conceptos de las ecuaciones del gasto y de continuidad.

### Gasto

La definición de gasto es sencilla; a saber: “cantidad de agua que pasa por una sección en una determinada cantidad de tiempo”. Se puede utilizar la analogía de una carretera o una calle por la que circulan carros. Simplemente el gasto sería el número de carros que pasan por un sitio cualquiera (por ejemplo un tope) en un periodo determinado. De esta manera se podría decir que pasan por ejemplo, cinco carros por minuto.

Otro ejemplo es imaginar una fila de camionetas que llevan un tanque de un metro cúbico y que una persona, parada frente a la fila, contabiliza el número de camionetas que pasan. Si pasan treinta camionetas en 30 segundos, entonces se tendrá un gasto de 30 metros cúbicos en 30 segundos. Se acostumbra utilizar la letra  $Q^2$  para evitar escribir la palabra "gasto". De esta manera, se puede escribir: Gasto= $Q$ =30 metros cúbicos por cada 30 segundos. Vale aquí el concepto de división: ¿cuántos metros cúbicos le corresponden a cada segundo? Se divide el número de metros cúbicos entre el número de segundos.

$$Q = 30 \text{ metros cúbicos} / 30 \text{ segundos}$$

$$Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$$

### 3.3. Estructura cognitiva de la ecuación de la energía.

Para iniciar la construcción de la estructura cognitiva de la ecuación de la energía, se debe considerar que se tienen varias expresiones de la ecuación, en seguida se muestran (Sotelo 1999).

a)	Ecuación de Bernoulli, para una línea de corriente	$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = C_1$
b)	Ecuación general para una vena líquida	$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_r + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial(\beta V)}{\partial t} ds$
c)	Ecuación de Bernoulli para una vena líquida	$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$

Por sencillez, la ecuación de *Bernoulli para una línea de corriente* es la más adecuada, simplemente por tener menos términos; pero se aplicará a una sección en particular para eliminar el subíndice. Adicionalmente se cambiará el peso específico ( $\gamma$ ) por el producto de la densidad ( $\rho$ ) gravedad ( $g$ ), de acuerdo a textos actuales y al Sistema Internacional de Medidas. De tal manera que la ecuación queda como se muestra en la Ecuación 3.1.

2 Al parecer se usa la letra " $Q$ " para denotar el gasto o caudal, por la palabra *quantity*, que significa "cantidad" en inglés.

$$Z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{constante} \quad \text{Ecuación 3.1.}$$

La única diferencia es que la velocidad es representativa de las velocidades de cada una de las partículas de agua que escurren en el conducto. Situación que no es real pero que sirve para la explicación o para construir la estructura cognitiva.

Por otro lado, es conveniente una expresión literal de la ecuación. Se propone la siguiente: "la suma de la energía de posición, más la energía de presión, más la energía de velocidad es constante"; puesto en otra forma:

$Z$	+	$\frac{p}{\rho g}$	+	$\frac{V^2}{2g}$	=	Constante
Energía de posición		Energía de presión		Energía de velocidad		

La explicación se dará aplicando la ecuación de Bernoulli al escurrimiento presurizado, es decir dentro de un tubo trabajando completamente lleno; se propone la estructura cognitiva mostrada en la Figura 3.10.

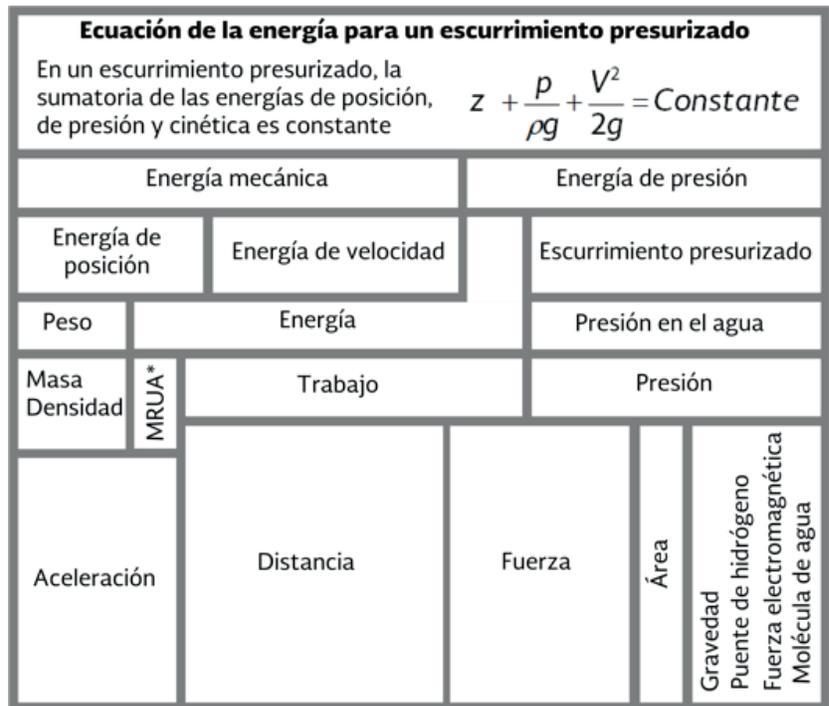


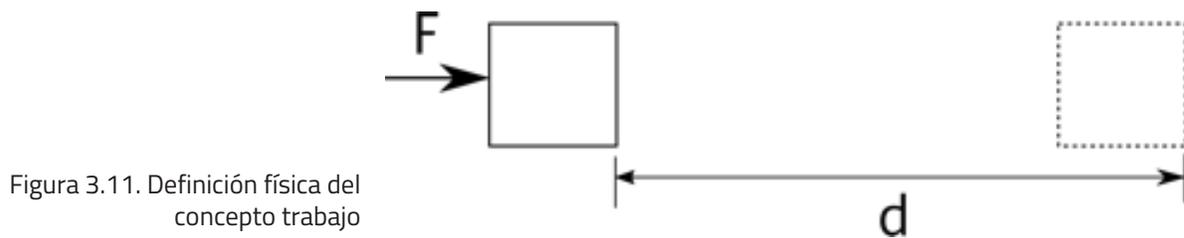
Figura 3.10. Estructura cognitiva de la ecuación de la energía para una línea de corriente

\*Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Según el esquema de la estructura cognitiva de la ecuación de la energía, se deben definir varios conceptos previos. Además se aclara que no se explicará el concepto de *presión* dado que ya se ha hecho en el caso de la *ecuación fundamental de la hidrostática*. De la misma manera, los conceptos previos de fuerza, distancia, masa y gravedad ya se mencionaron anteriormente, por lo que no se incluirán en este razonamiento.

### Trabajo

Comúnmente se relaciona el trabajo con asuntos laborales, pero en física, el trabajo es una relación de la fuerza y el desplazamiento; y el uso del concepto está ligado a la descripción cuantitativa del movimiento que logra una fuerza cuando actúa sobre un cuerpo. "El trabajo efectuado sobre un cuerpo por una fuerza aplicada de modo constante, es igual al producto de la componente de la fuerza con dirección del movimiento, multiplicada por la distancia sobre la que actúa".



En un caso simple, como en la Figura 3.11, cuando se aplica una fuerza constante que mueve un cuerpo en la misma dirección que el desplazamiento, el trabajo ( $T$ ) se calcula como el producto de la fuerza ( $F$ ) por la distancia ( $d$ ) que se mueve el objeto.

$$T = Fd$$

Ecuación 3.2.

### Energía

Desde el punto de vista científico y principalmente didáctico, es conveniente definir a la energía como la *capacidad de los sistemas de producir transformaciones*. Se considera, para el caso de la ecuación de la energía (en hidráulica), que dicha transformación es el concepto físico de *trabajo*. Se considera que esta convención es aceptable dado que se estaría hablando de energía mecánica, que es la suma de la energía potencial más la energía cinética.

Es así que, para este caso, la definición de energía será la siguiente: "capacidad de los cuerpos para realizar un trabajo". Ello implica necesariamente, que cuando se diga que tal cosa tiene energía, esa tal cosa es capaz, de alguna manera, de mover un cuerpo una cierta distancia aplicando una cierta fuerza.

### Aceleración

La aceleración es un concepto relativamente sencillo: si una persona empuja un automóvil con una fuerza constante, la velocidad del automóvil irá aumentando; a ese aumento de velocidad se le llama *aceleración* ( $a$ ). Si alguien ha empujado un automóvil sabe que conforme pasa el tiempo, debe aumentar la velocidad mientras aplica la fuerza. Isaac Newton encontró que la magnitud de la fuerza ( $F$ ) necesaria para aumentar la velocidad de un cuerpo es igual al producto de la masa del cuerpo ( $m$ ) por la aceleración que se provoca; resultando una de las fórmulas más importantes de la física:  $F=ma$ .

Otra manera de explicar la aceleración es la siguiente: Isaac Newton descubrió esta forma de calcular la aceleración y por eso se le llama *la segunda ley de Newton*. Este extraordinario científico realizó muchos experimentos para determinar la ley. Dichos experimentos se relacionan con lo siguiente: si se empuja un tabique con una determinada fuerza, se acelerará dicho tabique a una determinada aceleración, si se aumenta la fuerza al doble, la aceleración también será del doble, respecto del primer valor y así sucesivamente (Figura 3.12 a); si por el contrario se coloca otro tabique sobre el primero y se aplica la misma fuerza, la aceleración será la mitad de la anterior y si se aumenta un tabique más, la aceleración será de una tercera parte (Figura 3.12 b).

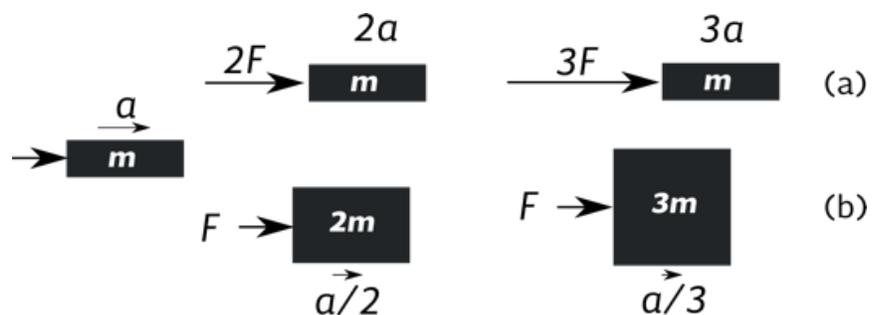


Figura 3.12.  
Proporcionalidad entre la  
aceleración con la fuerza y la  
masa

De tal manera que la aceleración ( $a$ ) es directamente proporcional a la fuerza ( $F$ ) e inversamente proporcional a la masa ( $m$ ); es decir  $a=F/m$ , si se despeja la fuerza, se obtiene la tan mencionada y famosa segunda ley de Newton:  **$F=ma$** .

#### Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

Si además de todo lo anterior, el objeto se mueve en una trayectoria recta, el movimiento se conoce como *Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado*

#### Masa, gravedad y peso

En párrafos anteriores ya se trataron los temas de masa ( $m$ ) y gravedad ( $g$ ). En cuanto al peso, de la misma manera como sucede en el ejemplo usado anteriormente, en donde se indica que la aceleración es el cambio de velocidad de un automóvil sujeto a una fuerza, se puede afirmar que la fuerza que se aplica a un cuerpo que cae es la gravedad. Se debe aclarar lo siguiente: la gravedad como tal es una interacción entre la materia, que se manifiesta como la atracción entre todos los cuerpos, pero para este caso, se ha definido como la fuerza de atracción de la tierra sobre los cuerpos que se encuentran sobre su superficie o cerca de ella. Sin embargo para formalizar o "formularizar", lo que se emplea es la aceleración que causa dicha fuerza sobre los cuerpos. Galileo genialmente encontró que todos los cuerpos, en el vacío, caen a la misma velocidad y adquieren la misma aceleración sin importar su forma ni tamaño (Levi 1985). Cuando se habla de *gravedad* se hace referencia, normalmente, a la aceleración gravitatoria ( $9.81 \text{ m/s}^2$ ), no a la fuerza de gravedad, propiamente dicha, en este caso, gravedad terrestre. En lo subsecuente se utilizará la palabra gravedad en el entendido que se hace referencia a la aceleración gravitatoria

Ahora se está en condiciones de explicar lo que es el peso de los cuerpos. Debe decirse primeramente, y esto debe quedar muy claro: el peso es una fuerza. Recuérdese nuevamente el ejemplo de una persona empujando constantemente a un automóvil, el automóvil irá aumentando de velocidad (acelerando) y dicha aceleración será constante si la fuerza que se aplica es constante. El ejemplo se modifica un poco y se debe ahora imaginar un cuerpo que cae, la fuerza que lo hace caer es la fuerza de gravedad y dicha fuerza es prácticamente constante. Ahora recuérdese la segunda ley de Newton que dice que la fuerza es igual a la masa por

la aceleración ( $F=ma$ ); se puede sustituir la fuerza por el peso ( $W$ ) y la aceleración por la aceleración de la gravedad ( $g$ ). Así la fórmula se transforma en  $W = mg$ .

En conclusión, lo que debe quedar muy claro es lo siguiente:

El peso de un cuerpo, es la magnitud de la fuerza con que la tierra lo atrae y se puede calcular multiplicando su masa por la gravedad.

## 3.4. La estructura cognitiva de la ecuación de cantidad de movimiento

Varios aspectos no se han contemplado en las clases de la materia de hidráulica, ni en los libros de relacionados con el tema; tales aspectos son los siguientes.

- a) Se ha llamado “Ecuación de Cantidad de Movimiento” a una ecuación que no es tal.
- b) No se explica conceptualmente la cantidad de movimiento.
- c) No se hace énfasis en que la cantidad de movimiento solo es importante, para este caso, cuando se considera su variación.
- d) No se ha manejado el concepto de *Impulso*, que es más claro para la deducción.
- e) No se hace distinción entre la aplicación del concepto de cantidad de movimiento en los sólidos –que resulta muy intuitivo- y su aplicación en los fluidos, que no es intuitivo.

En consecuencia, se propone (como en los casos anteriores) el manejo de la estructura cognitiva (Figura 3.13) para la cantidad de movimiento e identificar los conceptos previos.

Primeramente se debe mencionar que la ecuación de cantidad de movimiento se calcula multiplicando la masa de un cuerpo por la velocidad a la que avanza, por lo que sus unidades son masa por longitud entre tiempo; en el Sistema Interna-

cional sus unidades son k.m/s. Como puede observarse en la Figura 3.13 la llamada "ecuación de cantidad de movimiento", tiene unidades de fuerza. Así que claramente no es la ecuación de cantidad de movimiento. Así que dicha ecuación debería llamarse de otra manera, tal vez "ecuación de la fuerza" ya que en la ingeniería hidráulica se utiliza cuando se quiere conocer algo sobre las fuerzas que ejerce el agua sobre superficies en virtud de su movimiento. Por ejemplo la fuerza sobre el ataque en una bifurcación. Sin embargo, se le seguirá llamando ecuación de la cantidad de movimiento, dado su uso generalizado.

Figura 3.13. Estructura cognitiva para la ecuación de cantidad de movimiento

Ecuación de cantidad de movimiento para el agua $F = \rho Q \Delta V$					
Cantidad de movimiento		Impulso=fuerza por tiempo		Gasto	
Masa	Velocidad	Fuerza	Tiempo	Volumen	Tiempo

Los siguientes conceptos no se explican en este apartado, puesto que ya se han explicado en las otras ecuaciones: *Fuerza, Tiempo, gasto, volumen y velocidad.*

#### Cantidad de Movimiento (en los sólidos)

Los cuerpos que se mueven e impactan con algo producen mayor efecto de choque en función de que: (a) son muy grandes; (b) van muy rápido y (c) la combinación: son grandes y van muy rápido. Cualquiera puede detener con una mano a una mosca que va a 10 km/hr, inténtese lo mismo con un autobús que viaja a la misma velocidad. Un buque petrolero (que son inmensos, de varios miles de toneladas de peso) detienen sus motores unos 25 km antes de llegar a puerto. La cantidad de movimiento del buque es muy grande, dado que su masa es igualmente muy grande aunque la velocidad sea muy baja. Para que una bala tenga el mismo orden de magnitud de cantidad de movimiento deberá avanzar a miles de metros por segundo. Se deduce fácilmente la importancia de este concepto.

### Impulso

Este concepto no se ha manejado explícitamente en la deducción de la ecuación de cantidad de movimiento. Se considera que para la comprensión conceptual de la cantidad de movimiento es muy conveniente trabajar con este concepto. Se cita textualmente a Hewitt (2007):

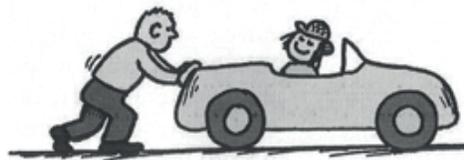
Si la cantidad de movimiento de un objeto cambia, entonces pueden cambiar su masa, su velocidad o ambas. Si la masa permanece igual, como es el caso más frecuente, entonces la velocidad cambia y se presenta una aceleración. Pero ¿qué produce esa aceleración? La respuesta es *una fuerza*. Cuanto mayor sea la fuerza que actúa sobre un objeto, mayor será el cambio de velocidad y, en consecuencia, mayor será la cantidad de movimiento. Pero hay algo más que importa cuando cambia la cantidad de movimiento: el tiempo, es decir, durante cuánto tiempo actúa la fuerza. Aplica una fuerza durante un tiempo corto a un automóvil parado y producirás un cambio pequeño de su cantidad de movimiento. Aplica la misma fuerza durante largo tiempo y resultará en un mayor cambio de su cantidad de movimiento. Una fuerza sostenida durante un largo tiempo produce más cambio de cantidad de movimiento, que la misma fuerza cuando se aplica durante un breve lapso. Así, para cambiar la cantidad de movimiento de un objeto importan tanto la magnitud de la fuerza como el tiempo durante el cual actúa la fuerza. El producto de la *fuerza X el intervalo de tiempo* se llama impulso. O bien, en notación compacta:

$$\text{Impulso} = Ft$$

Ecuación 3.3.

Cuanto mayor sea el impulso que se ejerce sobre algo, mayor será el cambio en la cantidad de movimiento. La relación exacta es:

Impulso = cambio en la cantidad de movimiento



Podemos expresar todos los términos de esta relación en notación compacta, introduciendo el símbolo delta,  $\Delta$  (una letra del alfabeto griego que se usa para indicar "cambio de" o "diferencia de"):

$$Ft = \Delta(mv)$$

Ecuación 3.4.

La relación entre impulso y cantidad de movimiento ayuda a analizar muchos ejemplos en los que actúan las fuerzas y cambia el movimiento. A veces se puede considerar que el impulso es la causa de un cambio de movimiento. En algunas otras se puede considerar que un cambio de la cantidad de movimiento es la causa de un impulso. No importa la forma en que uno se lo imagine. Lo importante es que el impulso y la cantidad de movimiento siempre vienen relacionados.

#### El cambio de la cantidad de movimiento y la aplicación del concepto en los líquidos

Como se indicó, en el material que se ha analizado no se encuentra comentario alguno sobre la diferencia que se tiene en la cantidad de movimiento de un objeto sólido y el mismo concepto en los líquidos. En el citado texto de Hewitt (2007), se presentan varios ejemplos muy prácticos de este tema. Por ejemplo, se analiza un auto al que le corresponde una cierta magnitud de cantidad de movimiento en virtud de su masa y su velocidad y su correspondiente cambio de cantidad de movimiento al detenerse bruscamente chocando con una pared o al detenerse suavemente al chocar con un montón de paja (Figura 3.14); el autor utiliza las figuras para explicar que un cambio de cantidad de movimiento que se realiza en largo tiempo, involucra poca fuerza (el auto chocando con un montón de paja); mientras que un cambio de movimiento realizado en muy corto tiempo involucra grandes fuerzas (el auto chocando con una pared).

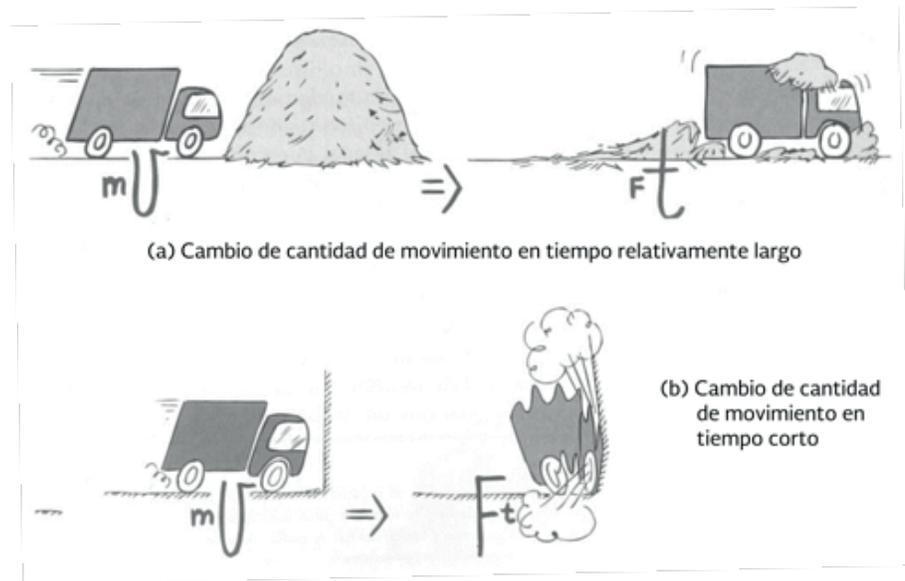


Figura 3.14. Cambios de cantidad de movimiento (lento y rápido) (Tomado de Hewitt 2007, p. 94)

Para hablar sobre la forma diferente en que se aplica la cantidad de movimiento a los sólidos y a los líquidos, se utilizará sólo la Figura 3.14a, imaginando que el auto no se detiene. En estas condiciones la cantidad de movimiento cambiará después de pasar por el montón de paja, dado que disminuyó su velocidad. De manera similar se considerará un escurrimiento de agua en un conducto que se estrecha y que el agua avanza en bloques imaginarios como los ilustrados en la Figura 3.15.

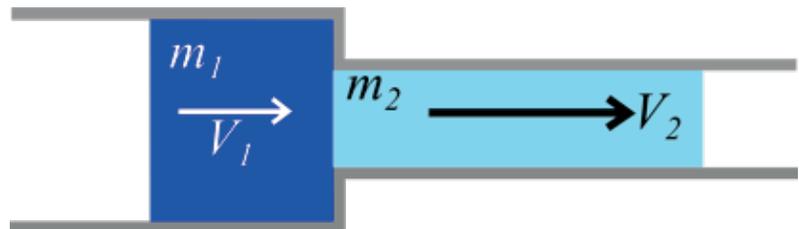


Figura 3.15. Cambio de cantidad de movimiento en un escurrimiento a través de una contracción

En el tiempo  $t_1$ , el bloque de agua se encuentra antes de la contracción en el conducto, escurre con una velocidad  $V_1$  y tiene una masa  $m_1$ ; en el tiempo  $t_2$ , se encuentra delante de la contracción y adquiere ahora la velocidad  $V_2$ , y tiene una masa  $m_2$ ; de conformidad con la ecuación de continuidad, las masas de los bloques deben

ser iguales (no hay aportes ni extracciones en el conducto) y lo que debe variar es la velocidad, que en este caso sería mayor y consecuentemente la cantidad de movimiento también será mayor. Por cierto, este es el efecto en un chiflón, el agua sale más rápido, o más correctamente, con mayor más cantidad de movimiento por la contracción del conducto a la salida del mismo.



# HIDRÁULICA BÁSICA

HISTORIA, CONCEPTOS PREVIOS Y ECUACIONES

# Deducciones simplificadas de las ecuaciones de la hidráulica básica

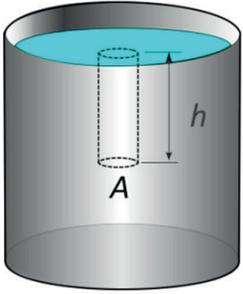
Como se mencionó en la introducción de este libro, las deducciones que se presentan en los actuales libros de hidráulica presentan un muy buen nivel de rigor matemático y físico, pero carecen de intención didáctica. A continuación se presentan las deducciones simplificadas de las ecuaciones principales de la hidráulica. La simplicidad se logra sin menoscabo del rigor matemático o físico y dicha simplicidad es la estrategia didáctica perseguida.

## 4.1. Deducción de la ecuación fundamental de la hidrostática

En la ingeniería hidráulica, la ecuación más utilizada para fines de diseño de obras hidráulicas en las que se involucra la presión hidrostática es la denominada "ecuación fundamental de la hidrostática". En la deducción usada en los cursos de hidráulica se parte del análisis de fuerzas en un elemento infinitesimal de fluido en el que se estima la variación de la presión en direcciones alineadas con un eje cartesiano espacial. Se consideran todas las fuerzas de cuerpo a las que está sometido el elemento y al considerar que está en equilibrio, la suma de dichas fuerzas debe ser cero. Con ello se llega a las conocidas ecuaciones estáticas de Euler. Después se considera que la única fuerza de cuerpo es la gravedad y con ello se llega a una ecuación diferencial donde la variación de la presión en la dirección vertical es igual al peso específico. Después se integra y se llega a la ley de Pascal, finalmente la ley de Pascal se aplica a un cuerpo de agua con su superficie a presión atmosférica, misma que convencionalmente se asigna como cero, para llegar a la mencionada ecuación fundamental de la hidrostática.

Como se aprecia, el camino es difícil y se torna mucho más complicado cuando la deducción se presenta a alumnos de recién ingreso a la carrera. Afortunadamente se cuenta con otra deducción mucho más sencilla (Kay, 2007) y que lleva a la misma ecuación. Esta deducción se presenta en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Deducción de la ecuación fundamental de la hidrostática

	Conceptualización	Álgebra	
	La presión ( $P$ ) en la base de la columna imaginaria de la figura, es el peso de la columna ( $W$ ) entre el área ( $A$ ).	$P = \frac{W}{A}$	(a)
El peso de la columna se calcula como la masa ( $m$ ) por la aceleración de la gravedad ( $g$ )	$W = mg$	(b)	
La masa también es igual al volumen ( $Vol$ ) de la columna por la densidad del agua ( $\rho$ )	$m = Vol\rho$	(c)	
Sustituyendo (c) en (b)	$W = mg = Vol\rho g$	(d)	
En este caso, el volumen de la columna es el área de la base ( $A$ ) por la altura ( $h$ )	$Vol = Ah$	(e)	
Sustituyendo (e) en (d)	$W = Ah\rho g$	(f)	
Sustituyendo ahora (f) en (a)	$P = \frac{Ah\rho g}{A} = \frac{A}{A}h\rho g$	(g)	
Se elimina algebraicamente el área. Cualquier cantidad dividida entre sí misma es la unidad.	$P = h\rho g$	(h)	
La presentación más común de la fórmula involucra al peso específico ( $\gamma$ ) y el peso específico es la densidad por la gravedad	$\gamma = \rho g$	(i)	
Finalmente se sustituye (i) en (h) y se llega a la ecuación fundamental de la hidrostática.	$P = \gamma h$	Ecuación 4.1	

La Ecuación 4.1 se usa, en ingeniería, para calcular la presión en cuerpos sumergidos en el agua, en las paredes o en el fondo. Por ejemplo, en el fondo de una presa o para calcular la fuerza total que debe soportar un muro de un tanque para agua, así como muchos ejemplos más. Las unidades pueden ser newtons sobre metro cuadrado.

## 4.2. Deducción de la ecuación de gasto (o caudal)

Ya se mencionó que la definición de gasto es muy intuitiva, a saber: “cantidad de agua que pasa por una sección en una determinada cantidad de tiempo”. La manera de calcular el gasto es simple: se divide el volumen de agua que escurre entre un periodo de tiempo.

$$Q = \frac{\text{Volumen}}{\text{Tiempo}} \quad \text{Ecuación 4.2.}$$

Sin embargo, para calcular el gasto en corrientes a superficie libre o presurizadas, se multiplica la velocidad media del agua por el área ( $Q=AV$ ). A esta fórmula se le llama *Ecuación de Castelli*, dado que a él se atribuye su planteamiento original. En seguida se muestra cómo se pasa de una formulación a otra.

Se puede imaginar que en un escurrimiento dentro de una conducción, el agua avanza en bloques a una cierta velocidad (Figura 4.1); y aún más, se puede imaginar que dicha conducción es cuadrada o circular, o incluso se tiene escurrimiento en un canal de forma trapecial. La explicación y desarrollo se presentan en la Tabla 4.2

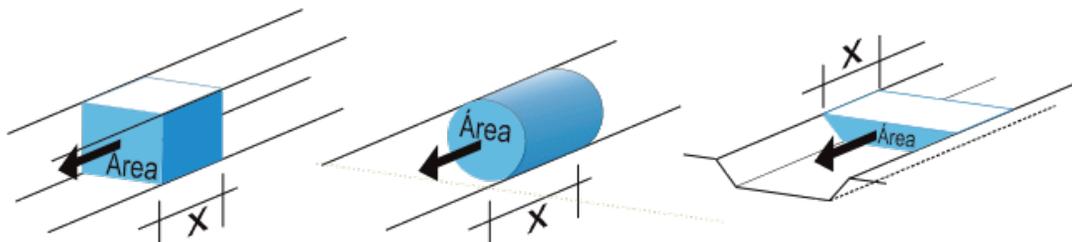


Figura 4.1. Estructura cognitiva para la ecuación de cantidad de movimiento

Tabla 4.2. Explicación y desarrollo de la ecuación de gasto o caudal

Conceptualización	Álgebra	
El gasto ( $Q$ ) es el volumen ( $Vol$ ) sobre el tiempo ( $t$ )	$Q = \frac{Vol}{t}$	(a)
El volumen se puede calcular como el área por una profundidad. Como puede apreciarse en la Figura 4.1, los tres volúmenes se pueden definir como el área, identificada por la letra $A$ ; y la profundidad por una $x$ .	$Vol = Ax$	(b)
Sustituyendo (b) en (a)	$Q = \frac{Ax}{t}$	(c)
Siendo $x$ , una distancia y al quedar dividida entre el tiempo, naturalmente surge el concepto de velocidad ( $V$ )	$V = \frac{x}{t}$	(d)
Sustituyendo (d) en (c) se obtiene la ecuación de gasto.	$Q = AV$	Ecuación 4.3

De aquí que el gasto se pueda calcular multiplicando el área, que en este caso se llama área hidráulica y se puede identificar en la Figura 4.2. Esto hace mucho más sencillo estimar la cantidad de agua escurriendo por una conducción, no importa si es muy grande.

## 4.2.1. Deducción de la ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad se deriva directamente del principio de conservación de masa. Para los fines de comprensión de los conceptos se hace la aclaración siguiente: el flujo en una conducción, como las ilustradas en las opciones  $a, b$  y  $c$  de la Figura 4.2, no tiene aporte ni extracción y el único fenómeno que ocurre es el escurrimiento o flujo, por lo tanto aplica totalmente el principio: ante cualquier transformación, la materia no se crea ni se destruye. En una sección 1 el gasto que escurre, al que se le puede llamar  $Q_1$ , es igual al gasto que escurre en una sección 2 y al que se le puede llamar  $Q_2$ , y como cada gasto es la multiplicación del área por la velocidad, se puede decir que el producto del área en la sección 1, por la velocidad en la misma sección, debe ser forzosamente igual al producto del área en la sección 2 por la velocidad en esa misma sección, siempre y cuando, como ya se mencionó, no se tenga ni ingreso ni salida del agua entre las dos secciones.

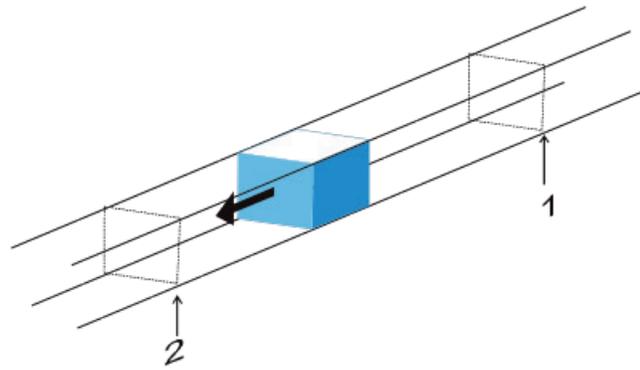


Figura 4.2. Esgurrimiento a través de dos secciones

En fórmulas se tiene:

$$Q_1 = A_1 V_1 = Q_2 = A_2 V_2$$

En las ecuaciones anteriores se cumple que los productos de las áreas por las velocidades son iguales, es decir:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

Ecuación 4.4.

Expresión conocida como "ecuación de continuidad"; en ella se observa que si el conducto por el que escurre el agua no cambia, la expresión resulta hasta obvia, pero si se tienen ampliaciones o reducciones en el conducto la igualdad debe mantenerse. De manera que si el área se reduce, la velocidad debe aumentar y viceversa para que se mantenga la igualdad. Esto se cumple solamente para aquellos casos en los que es posible mantener el gasto constante, ya que si  $A_2$  disminuye en gran medida, por ejemplo a magnitudes infinitesimales, la velocidad  $V_2$  tendería a aumentar a magnitudes exorbitantes; y para ello se requeriría contar con muy alta energía en  $A_1$ . Lo que normalmente sucede ante disminuciones importantes en  $A_2$  es que el gasto también decrece de manera importante.

### 4.3. Deducción de la ecuación de la energía (de Bernoulli)

Como se mencionó anteriormente, por sencillez se utiliza la ecuación de *Bernoulli para una línea de corriente* (Ecuación 3.1) que se presenta nuevamente.

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = \text{Constante}$$

Y se utiliza la expresión literal de la ecuación, también ya mencionada.

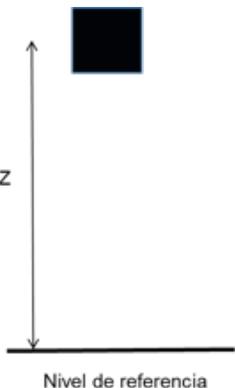
$z$ Energía de posición	+	$\frac{p}{\rho g}$ Energía de presión	+	$\frac{V^2}{2g}$ Energía de velocidad	=	<b>Constante</b>
----------------------------	---	--	---	--	---	------------------

También se mencionó que para nuestro caso la energía es la capacidad de los cuerpos para realizar un trabajo.

### 4.3.1. Energía de posición

La expresión "energía de posición" se ha usado en hidráulica en sustitución de la frase "energía potencial" de uso común en la física. El agua adquiere este tipo de energía en virtud de estar a una cierta altura ya que puede caer y al hacerlo puede realizar un trabajo. También se debe mencionar que la energía potencial que adquiere un cuerpo al tener cierta altura es *energía potencial gravitacional*, dado que la fuerza usada para subirla a esa cierta altura "venció" a la gravedad. El desarrollo se presenta en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3. Deducción de la ecuación de la energía potencial gravitacional

	Conceptualización	Álgebra	
	La energía potencial (gravitacional) ( $E_p$ ) se adquiere cuando un objeto es elevado a una cierta altura y esa elevación ( $z$ ) implicó un trabajo ( $T$ ) y el trabajo es fuerza ( $F$ ) por distancia ( $d$ ).	$E_p = T = Fd$	(a)
	La fuerza que se tiene que aplicar es igual al peso del cuerpo ( $w$ ).	$F = w$	(b)
	El peso se puede expresar como la masa ( $m$ ) del cuerpo por la aceleración de la gravedad ( $g$ ):	$w = mg$	(c)
Por lo tanto la energía potencial (gravitacional) es la multiplicación del peso ( $w$ ) -expresado como el producto de la masa ( $m$ ) por la gravedad ( $g$ )- y por la distancia ( $d$ ) que en este caso es la elevación ( $z$ ).	$E_p = mgz$	Ecuación 4.5	

## 4.3.2. Energía cinética o de velocidad

La energía cinética es aquella capacidad que tiene la materia para producir un trabajo en virtud de su movimiento, por lo tanto todo cuerpo en movimiento tiene energía cinética. Por ejemplo, una persona cuando camina o corre, un avión en pleno vuelo o al momento de adquirir velocidad para su despegue, una corriente de agua, un disco que gira, la rueda de la fortuna, un pájaro al volar, una canica al rodar por el suelo, una manzana que cae de un árbol y, en fin, todo aquello que está en movimiento tiene energía cinética.

Seguramente se habrá observado cómo unos cuerpos tienen movimiento de traslación y otros de rotación, o una combinación de ambos. Se dice que un cuerpo presenta un movimiento de traslación cuando todas sus partes siguen una dirección constante, por ejemplo un avión en vuelo, o una piedra cayendo al suelo desde la cima de un precipicio; en estos casos, la energía cinética tiene otro adjetivo: energía cinética de traslación.

Un cuerpo tiene movimiento de rotación cuando lo lleva a cabo alrededor de una recta llamada eje de rotación, cuyos puntos permanecen inmóviles, por ejemplo una rueda de la fortuna, un disco compacto, un engrane o una polea fija. Hay cuerpos con movimiento de traslación y rotación, tal es el caso de la Tierra y también el de un yoyo. Es claro que la energía a la que se hace referencia en este caso, es la energía cinética de traslación.

Considérese el importante postulado siguiente: *la energía cinética de traslación (Ect) es igual al trabajo realizado para llevar un cuerpo desde el reposo hasta una cierta velocidad (o desde una cierta velocidad hasta una mayor o menor)*. Con esto en mente se puede llegar a la ecuación de la energía cinética de traslación como se presenta a continuación.

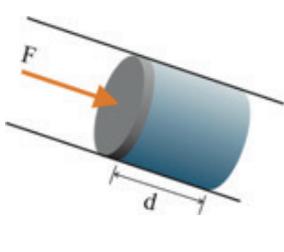
Tabla 4.4. Dedución de la ecuación de la energía cinética de traslación

Conceptualización	Álgebra	
De la igualdad entre la energía cinética de traslación y el trabajo, se deduce la expresión matemática de la primera:	$Ect = T = Fd$	(a)
De la Segunda Ley de Newton se tiene que:	$F = ma$	(b)
Sustituyendo la ecuación <i>b</i> en <i>a</i> resulta:	$Ect = mad$	(c)
En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), cuando un cuerpo se acelera desde el reposo, la distancia se calcula con la siguiente expresión:	$d = \frac{1}{2}at^2$	(d)
Sustituyendo la ecuación <i>d</i> en <i>c</i> :	$Ect = \frac{1}{2}m(at)^2$	(e)
Se sabe también que en un MRUA cuando un cuerpo se acelera desde el reposo, la velocidad que adquiere al cabo de cierto tiempo es:	$v = at$	(f)
Elevando al cuadrado la ecuación <i>f</i> se tiene:	$v^2 = (at)^2$	(g)
Por lo que al sustituir la ecuación ( <i>g</i> ) en ( <i>e</i> ), se obtiene una manera de calcular la energía cinética de traslación:	$Ect = \frac{1}{2}mv^2$	Ecuación 4.6

### 4.3.3. Energía de presión

Una porción de agua escurriendo por un conducto tiene agua adelante y agua atrás; aunque parece redundante, este hecho es fundamental porque se tiene transmisión de presión del agua de antes y transmisión de presión hacia el agua de adelante sin importar que el agua esté en movimiento; simplemente se aplica la parte del principio de Pascal en la que se dice que la presión se transmite en todas direcciones y esa presurización se transmite a todo el conducto. Ya se habrá notado que se acostumbra nombrar a la energía en función del tipo de fuerza que genera el trabajo. En este caso la fuerza viene de la presión del agua, por lo que a la energía se le conoce como *energía de presión*. El agua está escurriendo y lo que la hace avanzar es la fuerza relacionada con la presión que está "detrás" de ella. Se puede explicar sin incurrir en errores, y a pesar de ser una abstracción, que la porción de agua es empujado por un émbolo, que a su vez es empujado por la fuerza. Para continuar refiérase a la Tabla 4.5.

Tabla 4.5. Deducción de la ecuación de la energía de presión.

	Conceptualización	Álgebra	
	Energía ( $E$ ) es la capacidad de realizar un trabajo ( $T$ )	$E = T$	(a)
	Trabajo es igual a fuerza ( $F$ ) por distancia ( $d$ )	$T = Fd$	(b)
	La fuerza es el resultado de la presión ( $P$ ) y la presión es fuerza sobre área ( $A$ )	$P = \frac{F}{A}$	(c)
	Despejando la fuerza	$F = PA$	(d)
Sustituyendo en (b), y recordando que se determina el tipo de energía en función del tipo de fuerza que genera el trabajo. En este caso es la fuerza relacionada con la presión, por lo tanto la energía será del tipo <i>energía de presión</i> ( $E_p$ )	$T = PAd = E_p$	(e)	
Pero el área por la distancia, es un volumen ( $Vol$ ), por lo tanto:	$E_p = PVol$	(f)	
Si el volumen es la masa entre la densidad, la ecuación (8) se puede escribir como:	$E_p = \frac{Pm}{\rho}$	Ecuación 4.7	

No se tendrá problema para indicar como se puede calcular la energía total, simplemente se deberán sumar las energías de posición, cinética de traslación y de presión, dado que las tres energías están presentes en un escurrimiento presurizado. Es decir, se deberán sumar las ecuaciones (4.5), (4.6) y (4.7), y a tal sumatoria se le suele llamar, naturalmente, *Energía Total* ( $ET$ ):

$$ET = E_{pg} + E_{ct} + E_p = mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{Pm}{\rho}$$

Si se quiere aplicar directamente la ecuación, se tendrá problema para saber para qué masa o para qué volumen se harán los cálculos, para simplificar se puede dividir todo entre el peso ( $w$ ) mismo que se puede expresar como la masa por la gravedad ( $mg$ ), por lo que la energía total queda expresada por unidad de peso.

$$\frac{ET}{w} = h + \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma g}$$

Dado que no importan los valores que adquieran cada una de las energías del segundo miembro, invariablemente la sumatoria será igual; es decir que la sumatoria de todas las energías en cada sección del escurrimiento presurizado será la misma energía total, por unidad de peso.

$$h + \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma g} = \text{Constante}$$

Ecuación 4.8.

De esta manera, se ha llegado a la ecuación de la energía o de Bernoulli.

## 4.4. Deducción de la ecuación de cantidad de movimiento

En hidráulica, la ecuación de cantidad de movimiento se utiliza para calcular una fuerza ( $F$ ) e indica que dicha resultante es igual a la multiplicación de la densidad ( $\rho$ ), por el gasto o caudal ( $Q$ ) y por la variación de la velocidad ( $\Delta v$ ).

$$F = \rho Q \Delta v$$

Ecuación 4.9.

Si el concepto original es la simple multiplicación de la masa por la velocidad de un objeto ¿por qué tiene otras variables en los líquidos? A continuación se presenta la deducción simplificada de la cantidad de movimiento en hidráulica para aclarar esto.

Tabla 4.6. Deducción simplificada de la ecuación de cantidad de movimiento en un escurrimiento del agua

Conceptualización	Álgebra	
El impulso es la aplicación de una fuerza ( $F$ ) durante un tiempo ( $t$ )	$Impulso = Ft$	(a)
La cantidad de movimiento ( $CM$ ) de un objeto es el producto de su masa ( $m$ ) por su velocidad ( $v$ )	$CM = mv$	(b)
La aplicación de un impulso a un objeto provoca un cambio ( $\Delta$ ) en su cantidad de movimiento	$Ft = \Delta CM = \Delta(mv)$	(c)
Cuando la masa no varía, se puede sacar del paréntesis, sólo cambiaría la velocidad.	$Ft = m\Delta v$	(d)
El objeto en este caso puede ser un bloque de agua que escurre en un conducto; por lo tanto, la masa del bloque es igual al volumen ( $Vol$ ) del mismo por la densidad del agua ( $\rho$ ).	$m = Vol\rho$	(e)
Sustituyendo (e) en (d) y pasando el tiempo ( $t$ ) al segundo miembro (lo que está multiplicando pasa dividiendo)	$F = \rho \frac{Vol}{t} \Delta v$	(f)
Pero el gasto o caudal ( $Q$ ) es precisamente el volumen entre el tiempo, por lo tanto la ecuación (f), queda como la habitual presentación de la cantidad de movimiento aplicada a un volumen de control, donde $F$ se considera la resultante de fuerzas que actúa en el volumen de control y en la dirección de análisis.	$F = \rho Q \Delta v$	Ecuación 4.10

En el manual de prácticas de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán (Callejas et al, 2016) en la práctica número 5 "Fuerza y cantidad de movimiento", se indica que la Ecuación 4.10 también se puede expresar en función de sus componentes:

$$F_x = \rho Q(V_{x2} - V_{x1})$$

$$F_y = \rho Q(V_{y2} - V_{y1})$$

$$F_z = \rho Q(V_{z2} - V_{z1})$$

Ecuación 4.11.



# Referencias

- Álvarez G. J. L. (2002). El principio de la inercia. *Revista Ciencias*, 67, 4-15.
- Barros M. J. F. Romero C. A. E. (2010). Aprendizaje de la Hidráulica en un ejercicio argumentativo con estudiantes de Ingeniería. Memorias del Segundo Congreso Nacional de Investigación en educación en ciencias y tecnología. Cali, Colombia.
- Callejas M. O., Morales D. O. U., Bernal H. F. M. y Goris M. N. C. (2016). Manual de prácticas FESA PIV I06. México: FES Acatlán, Programa de Ingeniería Civil, recopilado el 2 de febrero de 2018 de:  
<http://www.ingenieria.acatlan.unam.mx/media/vinculos/2016/02/FESA%20PIC%20I06%20NR01H%20Tuberias.pdf>
- Corominas J. (1973). *Breve diccionario etimológico de la lengua castellana*. Madrid: Editorial Gredos.
- Deltawerken (2004). La molécula del agua. Recopilado de  
<http://www.deltawerken.com/La-Mol%C3%A9cula-de-Agua/1568.html>
- Figueroa S. K., Garay T. A., Quiceno P. V. V., Toro C. V. y Córdoba C. (2010). Conservación de la materia y combustión. Tomado de:  
<http://conservaciondelamateriaycombustion.blogspot.mx>
- Frazier A. H. (1974). *Water Current Meters in the Smithsonian Collection of the Museum of History and Technology*, Washington: Smithsonian Institution Press.
- García R. B. E. (2011). Puente de hidrógeno. Tomado de:  
<http://repository.uaeh.edu.mx/bitstream/handle/123456789/15878>
- Hewitt, P. G., (2007). *Física Conceptual*. Décima edición. México: Pearson Educación.
- Hinojosa R. M., Reyes M. M. E. (2001). La rugosidad de las superficies: Topometría, *Revista de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León*. IV (11) 27-33.
- Hoyos P. F. (2001). *Sobre hombros de gigantes. La formación del concepto de inercia*. Colombia: Hombre Nuevo Editores.
- IQuímicas. (2012). Definiciones de: masa, volumen, densidad, energía y trabajo. Recuperado de: <http://iquimicas.com/clases-de-quimica-general-definiciones-de-masa-volumen-densidad-energia-y-trabajo-leccion-de-quimica-n-2/>
- Kay M. (2008). *Practical Hydraulics*. New York, NY: Taylor and Francis.

- Levi Enzo. (1985). *El Agua según la Ciencia, Evolución de la Hidráulica. Volumen I*. México: UNAM.
- Levi Enzo. (1986). *El Agua según la Ciencia, Evolución de la Hidráulica. Volumen II*. México: UNAM.
- Liñán M. A. (2009). Las ecuaciones de Euler de la mecánica de fluidos. En Galindo T. A. y López P. M (Ed.), *La obra de Euler: tricentenario del nacimiento de Leonhard Euler (1707-1783)* (pp. 151-177). Madrid: Instituto de España.
- Matallana M. D. M., Duarte J. G., Fonseca M. (2006). Aportes significativos que construyeron el concepto de la cantidad de movimiento lineal desde los griegos hasta el siglo XVII. *Revista Colombiana de Física*, 38 (2), 722-725.
- Nekrazov B. (1966). *Hidráulica*. Moscú: Editorial Mir.
- Ostermann F. y Moreira M. A. (2000). Física contemporánea en la escuela secundaria: una experiencia en el aula involucrando formación de profesores. *Enseñanza de las Ciencias*. 18 (3), 391-404.
- Porto A. A. (Sin año). Curso de Biología. Departamento de Biología, IES María Cásares.  
Recopilado de: <http://www.bionova.org.es/biocast/tema04.htm>
- Rodríguez, P. D. P y González, F. J. (2004). La historia de la ciencia como herramienta para la construcción de significados en los cursos de física universitarios: un ejemplo en fuerza y movimiento.  
Recuperado de [http://www.pedagogica.edu.co/storage/ted/articulos/ted12\\_06arti.pdf](http://www.pedagogica.edu.co/storage/ted/articulos/ted12_06arti.pdf).
- Román R.N. (1999). Sobre las interacciones fundamentales, las partículas elementales y las teorías de campos. *BURAN (Rama Estudiantes del IEEE)* 9(1), 41-44.
- Rodríguez M. F. y García D. J. E. (2011). ¿Qué diferencias hay entre el conocimiento cotidiano y el conocimiento científico de docentes en formación sobre el concepto de energía? *Revista Investigación en la Escuela*, 75, 63-71.
- Román R.N. (1999). Sobre las interacciones fundamentales, las partículas elementales y las teorías de campos. *BURAN (Rama Estudiantes del IEEE)* 9(1), 41-44.
- Rouse, H., Ince S. (1957). *History of Hydraulics*. Iowa: Institute of Hydraulics Reserch, State University of Iowa.
- Solbes, J. y Traver, M. (2001). Resultados obtenidos introduciendo historia de la ciencia en las clases de física y química: mejora de la imagen de la ciencia y desarrollo de actitudes positivas. *Enseñanza de las Ciencias*, 19 (1), 151-162.
- Sotelo A. G. (1999). *Hidráulica General Volumen 1 Fundamentos*. México: Editorial Limusa.
- Vischer D. (1987). Daniel Bernoulli and Leonard Euler, the advent of hydromechanics. En G Garbrecht (ed.), *Hydraulics and Hydraulic Research: A Historical Review* (pp. 145-156). Rotterdam-Boston.
- Weisstein, E. W. (2016) "Coordinate System."  
Recopilado de <http://mathworld.wolfram.com/CoordinateSystem.html>

# Índice de figuras

Figura 2.1.	Probable estrategia de Arquímedes para delatar al joyero ladrón Tomada de <a href="http://descubrelasciencias.blogspot.mx/2009/04/anecdota-de-arquimedes.html">http://descubrelasciencias.blogspot.mx/2009/04/anecdota-de-arquimedes.html</a>	13
Figura 2.2.	Presión sobre un buceador inmerso en el agua.	14
Figura 2.3.	Un surtidor elevará más el agua si el recipiente es delgado (Tomada de Levi, 1986, p. 1004).	16
Figura 2.4.	Simon Stevin (Tomada de <a href="http://stevincentre.com">stevincentre.com</a> )	17
Figura 2.5.	Paradoja hidrostática: la presión en el fondo de las figuras es la misma sin importar el peso de agua encima. Tomada de <a href="http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/estatica/paradoja/paradoja.htm">http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/estatica/paradoja/paradoja.htm</a>	18
Figura 2.6.	Benedetto Castelli y Evangelista Torricelli (Tomadas de <a href="http://galileo.rice.edu">galileo.rice.edu</a> y <a href="http://biografiasyvidas.com">biografiasyvidas.com</a> respectivamente)	19
Figura 2.7.	Blas Pascal (1623 –	1662)
	(Tomada de <a href="http://global.britannica.com/biography/Blaise-Pascal">global.britannica.com/biography/Blaise-Pascal</a> )	20
Figura 2.8.	Empuje ascendente del agua en un cuerpo sumergido	22
Figura 2.9.	Presión en un sitio cualquiera en el interior del agua en reposo	25
Figura 2.10.	Leonardo Da Vinci. (Tomada de <a href="http://discovermagazine.com">discovermagazine.com</a> )	27
Figura 2.11.	Técnica de adelgazamiento del hilo de oro o plata por parte de los orfebres	29
Figura 2.12.	Galileo Galilei. (Tomada de <a href="http://www.space.com">www.space.com</a> )	32
Figura 2.13.	Forma del chorro al salir del orificio	33
Figura 2.14.	Esquema de apoyo para el Principio de Torricelli	33
Figura 2.15.	Isaac Newton (1643-1727).. (Tomada de <a href="http://biografiasyvidas.com">biografiasyvidas.com</a> )	33
Figura 2.16.	Razonamiento de Isaac Newton.	34
Figura 2.17.	Artificio de Newton: un bloque de hielo y una catarata.	36
Figura 2.18.	Experimento de Leonardo y figura explicativa del movimiento del agua. (Tomada de Levi, 1986, p. 1013 y 1014).	36
Figura 2.19.	Daniel Bernoulli. (Tomada de <a href="http://theoreticalmathematicians.blogspot.com">theoreticalmathematicians.blogspot.com</a> )	37
Figura 2.20.	Movimiento del agua, observaciones de Daniel Bernoulli. (Tomada de Levi, 1985, p. 124)	38
Figura 2.21.	Esquema utilizado por Daniel Bernoulli para su formulación. (Tomada de Visher, 1987)	39
Figura 2.22.	Johann Bernoulli . (Tomada de <a href="http://alexmonrzg.wordpress.com">alexmonrzg.wordpress.com</a> )	40
Figura 2.23.	Diagrama de flujo de Johann Bernoulli. (Tomada de Visher, 1987)	41
Figura 2.24.	Portada del libro de Johann Bernoulli. (Tomada de Visher, 1987)	42
Figura 2.25.	Portada del libro de Daniel Bernoulli. (Tomada de Visher, 1987)	42
Figura 3.1.	Estructura cognitiva de la ecuación fundamental de la hidrostática	50
Figura 3.2.	Representación de una molécula de agua (tomada de <a href="http://www.joaquinrodriguezpiaya.es/">http://www.joaquinrodriguezpiaya.es/</a> )	52
Figura 3.3.	Puente de hidrógeno	54
Figura 3.4.	Estructura molecular de los estados del agua, papel de los puentes de hidrógeno (tomado de <a href="http://nutricioncuv.blogspot.com">http://nutricioncuv.blogspot.com</a> )	55
Figura 3.5.	¿Qué es la presión? Origen del concepto y desarrollo de la fórmula.	56
Figura 3.6.	Presión en la parte baja de varios tubos sumergidos en el agua.	57
Figura 3.7.	Presión en la parte baja de pilas de cubos	59
Figura 3.8.	¿Hacia dónde se extiende la pelota si se le aplica una presión arriba? (Tomada de <a href="http://www.azulfabiola.com">www.azulfabiola.com</a> )	60
Figura 3.9.	Estructura cognitiva de los conceptos de continuidad y gasto	63
Figura 3.10.	Estructura cognitiva de la ecuación de la energía para una vena líquida	68
Figura 3.11.	Definición física del concepto trabajo	69

Figura 3.12.	Proporcionalidad entre la aceleración con la fuerza y la masa	70
Figura 3.13.	Estructura cognitiva para la ecuación de cantidad de movimiento	73
Figura 3.14.	Cambios de cantidad de movimiento (lento y rápido). (Tomado de Hewitt 2007, p. 94)	76
Figura 3.15.	Cambio de cantidad de movimiento en un escurrimiento a través de una contracción	76
Figura 4.1.	Estructura cognitiva para la ecuación de cantidad de movimiento	81
Figura 4.2.	Escurrecimiento a través de dos secciones	83

# Índice de tablas

Tabla 2.1.	Aplicación de la Ley de Pascal en el interior de un cuerpo de agua y en la superficie	26
Tabla 2.2.	Razonamiento erróneo de Galileo	35
Tabla 3.1.	Cálculo de la presión en la parte baja de un tubo sumergido en un recipiente	58
Tabla 3.2.	Diferentes presiones para diferentes tubos	58
Tabla 3.3.	Cálculo de la presión en la parte baja de una pila de cubos de concreto	59
Tabla 4.1.	Deducción de la ecuación fundamental de la hidrostática	80
Tabla 4.2.	Explicación y desarrollo de la ecuación de gasto o caudal	82
Tabla 4.3.	Deducción de la ecuación de la energía potencial gravitacional	84
Tabla 4.4.	Deducción de la ecuación de la energía cinética de traslación	86
Tabla 4.5.	Deducción de la ecuación de la energía de presión.	87
Tabla 4.6.	Deducción simplificada de la ecuación de cantidad de movimiento en un escurrimiento del agua	88

